

Descarga de un tanque
a través de un tubo
vertical:

Estimación de la
viscosidad
de un líquido

Objetivos de la práctica

- Estudiar la variación de la altura de un líquido viscoso con el tiempo en el interior de un tanque que descarga a través de un tubo.
- Determinar el valor de la viscosidad del líquido aplicando un balance de energía mecánica al sistema.

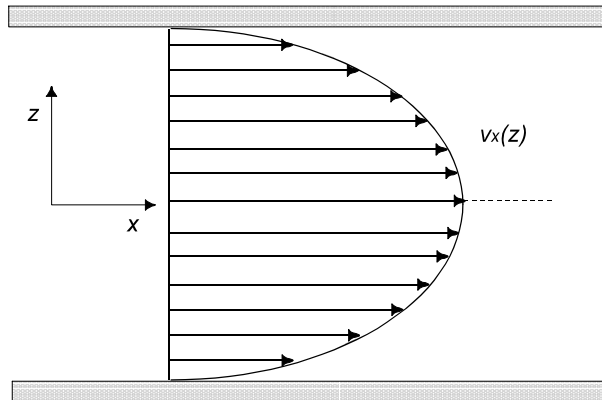
Fundamento teórico

La circulación de fluidos por conducciones produce una pérdida de energía debida al rozamiento con sus paredes. El resultado es que se establece una distribución de velocidades (“perfil de velocidades”) y, por ello, un transporte de cantidad de movimiento desde las zonas de mayor velocidad a las zonas de menor velocidad. El cálculo de la energía necesaria para impulsar el fluido requerirá, pues, el conocimiento de esas pérdidas por rozamiento, es decir, de los flujos de cantidad de movimiento.

Las condiciones de circulación de un fluido pueden ser distintas, diferenciándose principalmente dos regímenes:

- **Régimen laminar:** Régimen de circulación en el que las partículas del fluido recorren trayectos paralelos, sin entremezclarse, siendo el mecanismo de transporte de cantidad de movimiento exclusivamente molecular.
- **Régimen turbulento:** Régimen de circulación en el que las partículas de fluido se entremezclan al azar, macroscópicamente, desplazándose con continuos cambios de dirección, aunque en promedio se mantenga una trayectoria definida.

Si la circulación del fluido es en régimen laminar, sus moléculas tendrán un desplazamiento neto en la dirección de circulación (**x** en la Figura), pero no en la dirección normal (**z** en la Figura).



El transporte de cantidad de movimiento entre láminas de fluido paralelas determinará un perfil de velocidades y cuanto mayor sea el gradiente de velocidades, mayor será el transporte de cantidad de movimiento y, por tanto, mayor será la fuerza de rozamiento que resulta, τ , y que se denomina “esfuerzo rasante” o “tensión rasante”. Se puede comprobar que ambas magnitudes son proporcionales, por lo que pueden relacionarse mediante la ecuación:

$$\tau_{zx} \left[\frac{N}{m^2} \equiv \frac{kg \cdot m}{s \cdot m^2} \right] = -\mu \frac{dv_x}{dz}$$

Esta ecuación se conoce como **ley de Newton** y relaciona la densidad de flujo de cantidad de movimiento (cantidad de movimiento por unidad de superficie y unidad de tiempo) con el gradiente de velocidad, a través de una constante de proporcionalidad, μ [$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$], que se conoce como “**viscosidad** del fluido”, una propiedad física ligada al movimiento del fluido, que indica su mayor o menor capacidad para fluir y sólo depende de la presión y de la temperatura. Un fluido que cumple la ley de Newton se denomina “fluido newtoniano”.

La viscosidad es uno de los parámetros que permite conocer el régimen de circulación de un fluido, junto con su velocidad de circulación y las características de la conducción. Se introduce así el **número de Reynolds**, módulo adimensional definido como:

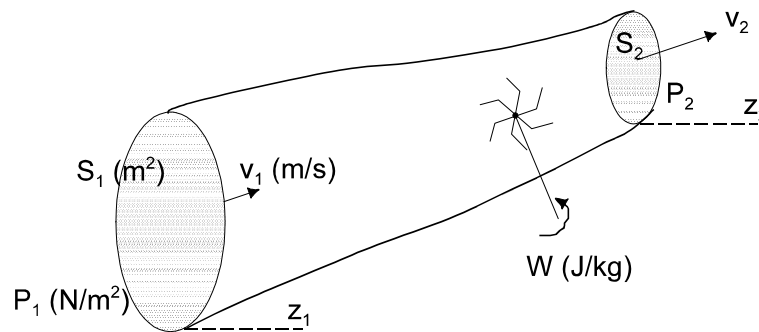
$$Re = \frac{v \rho D}{\mu}$$

donde:

- v : velocidad del fluido [$m \cdot s^{-1}$]
- ρ : densidad del fluido [$kg \cdot m^{-3}$]

- D:** diámetro de la conducción [m]
μ: viscosidad del fluido [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$]

Las ecuaciones fundamentales que permiten el estudio y comprensión del comportamiento de los fluidos en circulación, son las que siguen. Para facilitar su formulación se considerará que el fluido en estudio es incompresible (densidad constante) y que circula en estado estacionario e isoterma.



- **Balance de materia (ecuación de continuidad)**

Un balance de materia aplicado a las secciones de entrada y salida de un elemento de conducción dará:

$$v_1 S_1 (\rho) = v_2 S_2 (\rho) \left[\left(\frac{m}{s} \right) (m^2) \left(\frac{kg}{m^3} \right) \right]$$

- **Balance de energía mecánica (ecuación de Bernuilli)**

Un balance de energía mecánica aplicado a las secciones de entrada y de salida de un elemento de conducción permite obtener:

$$\left(\frac{v_2^2}{2\alpha} - \frac{v_1^2}{2\alpha} \right) + g (z_2 - z_1) + \frac{1}{\rho} (P_2 - P_1) + \Sigma F = W \left[\frac{J}{kg} \right]$$

Ecuación de Bernuilli en la que destacan los términos de energía cinética, trabajo de las fuerzas de gravedad, trabajo de las fuerzas de presión, energía perdida por rozamiento y trabajo necesario para la impulsión. El parámetro α , que contempla la forma del perfil de velocidades, tiene el valor **0,5** para régimen laminar y **1,0** para régimen turbulento.

- **Ley del rozamiento (ecuación de Fanning)**

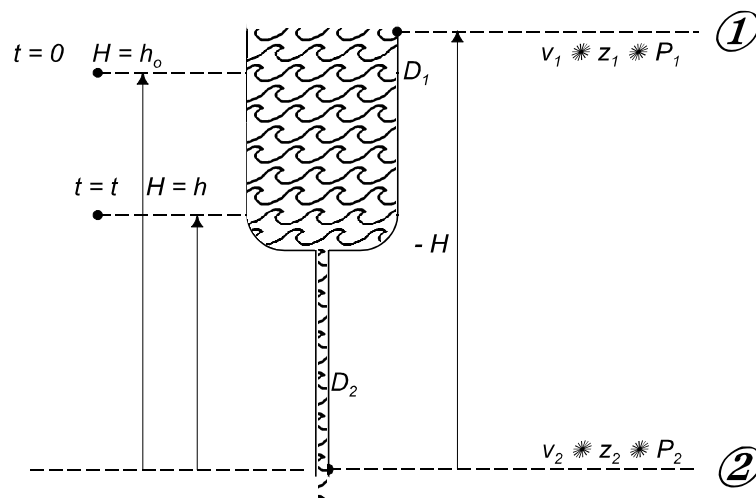
El cálculo de las pérdidas de energía por rozamiento se realiza en función de la velocidad del fluido mediante la ecuación empírica propuesta por Fanning:

$$\Sigma F = \frac{f}{2} \frac{v^2 L}{D} \left[\frac{J}{kg} \right]$$

donde **f** representa el denominado “factor de rozamiento”, parámetro empírico que depende de las propiedades del fluido, de su velocidad y del diámetro y rugosidad interna de la conducción. Su valor para régimen laminar es:

$$f = \frac{64}{Re}$$

Se considerará un sistema formado por un depósito abierto a la atmósfera, de diámetro **D₁** de cuya base sale un tubo vertical de diámetro **D₂**, mucho más pequeño que el del depósito, según se muestra en la figura. El depósito se llena con un líquido de alta viscosidad y de deja vaciar a través del tubo.



Aplicando la ecuación de Bernoulli entre los puntos 1 y 2, en el caso del sistema en estudio:

- Como la velocidad del fluido en la superficie del depósito ha de ser mucho más pequeña que la correspondiente a la salida del tubo debido a la gran diferencia de secciones (ecuación de continuidad):

$$v_1 \ll v_2$$

- Como ambos puntos están a presión atmosférica:

$$P_2 = P_1$$

- Al no haber impulsión externa:

$$W = 0$$

- Expresando las coordenadas de nivel como altura:

$$z_2 - z_1 = -H$$

Queda, pues, la ecuación simplificada:

$$\frac{v_2^2}{2\alpha} - gH + \Sigma F = 0$$

Ahora bien, si el tubo de descarga es suficientemente largo y estrecho y la viscosidad del fluido es elevada, generalmente el término de energía cinética suele ser despreciable frente al término de pérdida por rozamiento (lo que ha de ser comprobado experimentalmente), por lo que la ecuación queda de la forma:

$$gH = \Sigma F$$

Expresando las pérdidas por rozamiento mediante la ecuación de Fanning:

$$\Sigma F = \frac{f}{2} \frac{v_2^2 L}{D_2}$$

en la que se considera el factor de fricción para régimen laminar (régimen que ha de ser comprobado experimentalmente):

$$f = \frac{64}{Re} = \frac{64 \mu}{v_2 \rho D_2}$$

queda finalmente:

$$H = \frac{32 L \mu}{\rho g D_2^2} v_2$$

Por otra parte, la ecuación de continuidad permite referir la velocidad de salida del tubo a la de bajada del nivel del tanque:

$$v_2 = \frac{S_1}{S_2} v_1 = \frac{D_1^2}{D_2^2} v_1$$

y como el sistema opera en régimen no estacionario:

$$v_1 = \frac{dH}{dt}$$

con lo cual:

$$H = \frac{32 L \mu D_1^2}{\rho g D_2^4} \frac{dH}{dt}$$

Separando variables e integrando esta ecuación con las condiciones límites:

$$t = 0 \quad H = h_o$$

$$t = t \quad H = h$$

queda finalmente:

$$t = \frac{32 L D_1^2}{\rho g D_2^4} \mu \left(\ln \frac{h_o}{h} \right)$$

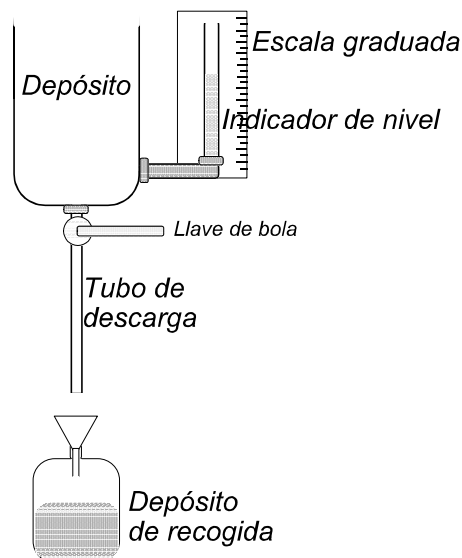
o bien:

$$t = \frac{73,683 L D_1^2}{\rho g D_2^4} \mu \left(\log \frac{h_o}{h} \right)$$

Ecuación que indica que representando el tiempo frente a la relación de alturas en escala logarítmica, se obtendrá una recta, de cuya pendiente podrá obtenerse la viscosidad del líquido, ya que su densidad y los parámetros geométricos del depósito y del tubo se suponen conocidos.

Dispositivo experimental

Para estudiar la circulación del fluido a través de un tubo de sección circular se dispone de la instalación experimental esquematizada en la siguiente figura:



El depósito tiene un volumen de unos 5,5 litros ($D_1 = 16 \text{ cm}$) y puede verse la altura del líquido en su interior mediante un tubo transparente acoplado a su base, que hace de indicador de nivel y permite medir alturas mediante una escala graduada. El tubo de descarga va unido mediante un racor a una llave de apertura rápida acoplada a la base del depósito, lo que permite cambiarlo por otro de diferentes características.

Como material auxiliar se dispone de una cinta métrica para medir la longitud del tubo de descarga, un calibrador para medir su diámetro interno, un botellón de almacenamiento con un embudo sobre el que se recoge el líquido y un cronómetro para medir el tiempo de vaciado del tanque. En tubo de descarga puede cambiarse con ayuda de una llave inglesa. Como líquido de trabajo se utiliza una mezcla de glicerina en agua al 80% en peso de glicerina, de alta viscosidad y una densidad aproximada de **1,2 g/cm³** a temperatura ambiente.

Realización práctica

Se elige un tubo de descarga, se miden su diámetro interno y su longitud (a la que se le añaden la de la llave y accesorios) y se monta en la llave de base del depósito, manteniendo cerrada la misma. Se llena el depósito con el líquido de trabajo y se prepara el botellón de recogida y el cronómetro. Se abre completamente la llave, dejando salir el líquido durante algunos segundos antes de tomar la primera medida de altura y poner en marcha el cronómetro, con objeto de que pueda ser arrastrado el aire que haya quedado retenido en el tubo de descarga. Se tomarán medidas de altura y tiempo hasta que el nivel del líquido deje de ser visible.

Una vez vaciado el depósito, se procede al cambio de tubo de descarga, montando el siguiente y repitiendo la experiencia. Siempre que el sistema esté en desuso conviene colocar un bote de recogida bajo el tubo de descarga para evitar derrames de líquido.

Presentación de los resultados

1. Obtener el valor de **h** a partir de las medidas de la longitud del tubo (incluyendo los accesorios) y de las lecturas en la escala graduada (observar detenidamente el esquema). Representar los valores de **h** obtenidos para la descarga del depósito frente al tiempo para los dos tubos de descarga estudiados (todas las cuestiones posteriores de desarrollarán para cada uno de los tubos).
2. Obtener la velocidad media de descarga del líquido en el depósito y calcular mediante la ecuación de continuidad el valor correspondiente de la velocidad de salida por el tubo de descarga.
3. Representar los datos experimentales en el papel logarítmico adecuado, con

objeto de calcular la viscosidad del líquido.

4. Calcular el número de Reynolds tanto en el depósito como en el tubo de salida y establecer el régimen de circulación del fluido. Expresar los resultados en una tabla.
5. Calcular las pérdidas de energía por rozamiento mediante la ecuación de Fanning aplicada al tubo de descarga y comprobar si su valor es muy superior al término cinético de la ecuación de Bernuilli, con objeto de poder validar la simplificación realizada en el modelo teórico.
6. ¿Qué es la viscosidad cinemática? Calcularla ¿Qué es un “poise”? ¿Y un “stokes”? ¿Cuál es el valor de la viscosidad en estas unidades?

Bibliografía

- Calleja, G. (ed.); “Introducción a la Ingeniería Química”, Ed. Síntesis, Madrid (1999).
- Costa, E. y otros; “Ingeniería Química I. Conceptos generales”, Ed. Alhambra, Madrid (1983).
- Costa, J. y otros; “Curso de Química Técnica”, Ed. Reverté, Barcelona (1988)
- McCabe, W.L. y Smith, J.C.; “Operaciones básicas de Ingeniería Química”, Ed. Reverté, Barcelona (1973).

