

**Circulación de fluidos
a través de
lechos porosos**

Objetivos de la práctica

- Analizar el comportamiento de un lecho de partículas al circular un fluido a su través.
- Correlacionar la caída de presión en el lecho con la velocidad del fluido que lo atraviesa.
- Aplicar un modelo teórico que considera las características del sólido y del fluido y obtener sus parámetros empíricos.

Fundamento teórico

Los lechos fijos de partículas sólidas, también conocidos como “lechos porosos” tienen numerosas aplicaciones en diversas áreas de la Ingeniería Química, tanto en operaciones de separación (filtración, adsorción, lixiviación) como en procesos químicos (catálisis heterogénea). En algunos casos el sólido actúa como inerte y en otros interviene en la operación. En cualquier caso, el paso del fluido a través de los huecos que dejan las partículas sólidas en el lecho determina una pérdida de carga, que interesa hacer mínima sin que se pierda eficacia en el contacto sólido fluido o se disminuya sensiblemente el rendimiento de la operación. Ello determina, por un lado, la forma geométrica del sólido y, por otro, la relación entre el tamaño de las partículas y el de la columna que las contiene.

Se definen, pues, los siguientes parámetros que, entre otros, permiten un acercamiento teórico al sistema:

- **Diámetro de partícula, d_p :** Diámetro de la esfera que posee el mismo volumen que la partícula:

$$d_p [m] = \left(\frac{6}{\pi} V_p \right)^{\frac{1}{3}}$$

- **Porosidad, ϵ :** Fracción de huecos de un lecho:

$$\epsilon [-] = \frac{\text{Volumen de huecos}}{\text{Volumen del lecho}}$$

La pérdida de carga en los lechos porosos es difícil de determinar teóricamente dada la diversa naturaleza, forma y tamaño de los sólidos y de su distribución en el

lecho. Sin embargo, puede establecerse una analogía entre el flujo a través de los huecos o “canales” de un lecho y el flujo por el interior de una conducción, en cuyo caso podrían aplicarse las ecuaciones de flujo interno para el cálculo de la pérdida de carga por rozamiento.

Si se considera el modelo de lecho de la **Figura 1**, puede suponerse que el fluido circula a su través por un sistema de canales, cuya superficie interna de contacto del fluido es igual a la superficie externa de las partículas y cuyo volumen total es igual al volumen de huecos del lecho.

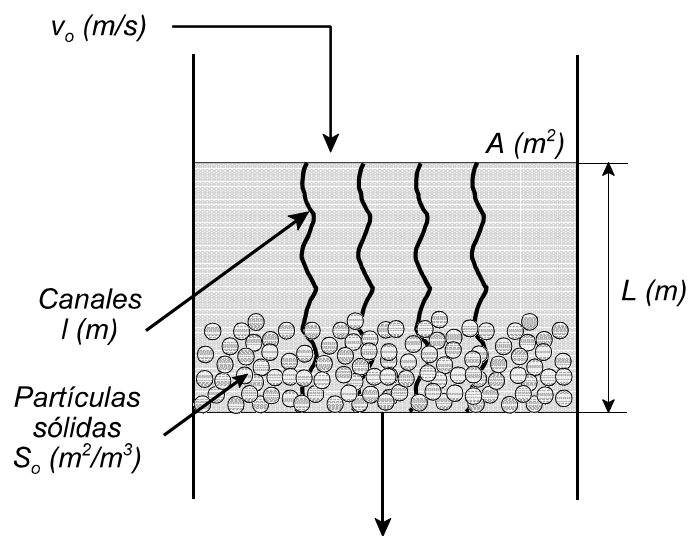


Figura 1: Modelo de lecho de partículas sólidas.

Se puede aplicar la ecuación de flujo interno definiendo ahora las condiciones de flujo mediante el número de Reynolds modificado para el lecho:

$$Re_l = \frac{v_o \rho d_p}{(1 - \epsilon) \mu}$$

siendo v_o la velocidad media del fluido referida a la columna vacía (Q/A).

Para aplicar el modelo indicado será necesario transformar los parámetros de las ecuaciones de flujo interno, que se darían en el interior de los canales (v , D), en los parámetros utilizados en el lecho poroso (v_o , d_p).

Mediante un análisis geométrico del lecho de partículas puede llegarse a las correspondencias:

$$v = \frac{v_o}{\epsilon}$$

$$D = \frac{2}{3} \frac{\epsilon d_p}{(1 - \epsilon)}$$

Si se aplica la ecuación de Poiseuille de flujo interno para régimen laminar al modelo descrito:

$$\frac{-\Delta P}{L} = \frac{32 \mu v}{D^2}$$

se obtendría:

$$\left(\frac{-\Delta P}{L} \right)_{lecho} = K_1 \frac{\mu}{d_p^2} \frac{(1 - \epsilon)^2}{\epsilon^3} v_o$$

conocida como **ecuación de Carman-Kozeny**, y válida para régimen laminar ($Re_1 < 10$).

De forma análoga, si se aplica la ecuación de Fanning de flujo interno para régimen turbulento al modelo descrito:

$$\frac{-\Delta P}{L} = 2 f \frac{\rho v^2}{D}$$

se obtendría:

$$\left(\frac{-\Delta P}{L} \right)_{lecho} = K_2 \frac{\rho}{d_p} \frac{(1 - \epsilon)}{\epsilon^3} v_o^2$$

conocida como **ecuación de Burke-Plummer**, válida para régimen turbulento ($Re_1 > 1.000$).

A fin de disponer de una ecuación general que abarque un amplio intervalo de la circulación del fluido, se pueden combinar linealmente las dos ecuaciones anteriores, llegándose a la ecuación final:

$$\left(\frac{-\Delta P}{L} \right)_{lecho} = K_1 \frac{\mu}{d_p^2} \frac{(1 - \epsilon)^2}{\epsilon^3} v_o + K_2 \frac{\rho}{d_p} \frac{(1 - \epsilon)}{\epsilon^3} v_o^2$$

conocida como **ecuación de Ergun-Orning** y en la que los valores promedios para las constantes, determinadas experimentalmente a partir de diversos tipos de sólidos y distintos tamaños y formas de partículas, pueden tomarse como $K_1 = 150$ y $K_2 = 1,75$,

al igual que para las ecuaciones individuales.

Dispositivo experimental

La instalación experimental para medir la pérdida de carga a través de un lecho poroso consiste en un tubo horizontal de **1 m** de longitud y **3"** de diámetro nominal ($D_i = 7,793 \text{ cm}$) que contiene un lecho de piedras, caracterizadas mediante un diámetro de partícula de **7,78 mm**. La porosidad de este lecho se considerará como $\epsilon = 0,418$. La ubicación del lecho en el dispositivo experimental necesario para realizar las medidas se muestra en la **Figura 2**.

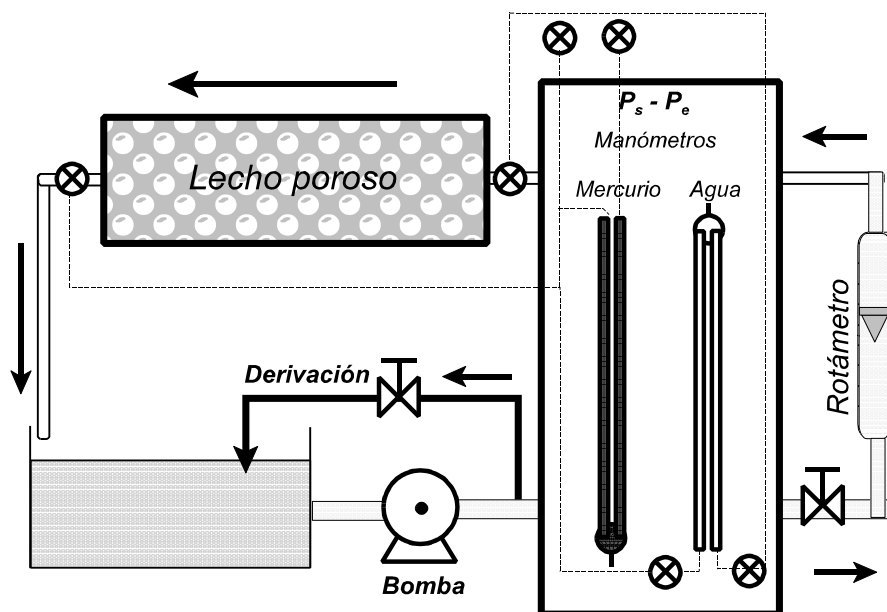


Figura 2: Esquema de la instalación.

Para medir la pérdida de presión a través del lecho se han dispuesto dos tomas de presión, a la entrada y a la salida del lecho, conectadas a las ramas de un manómetro de agua y otro de mercurio cuyo uso se alterna, según las necesidades de la medida, dando acceso a las tomas del manómetro de agua mediante las válvulas instaladas al efecto.

El caudal se regula mediante una válvula situada en la entrada del rotámetro que se utilizará para medirlo. Este rotámetro tiene un paso máximo de agua, previamente calibrado, de **1.636 l/h** y sus divisiones corresponden a fracciones de ese

caudal máximo, expresadas en tanto por ciento.

Todo el sistema opera en circuito cerrado a partir de un tanque de unos 300 litros de capacidad, lleno de agua. La bomba centrífuga aspira el agua del tanque, al que vuelve de nuevo una vez ha atravesado el lecho poroso. A la salida de la bomba se ha realizado una derivación del flujo que permite evitar choques de presión en la puesta en marcha de la bomba y, por tanto, distorsiones en las columnas de los líquidos manométricos. El sistema posee sendas válvulas de 2" antes y después del lecho, que deberán permanecer totalmente abiertas.

Realización práctica

Comprobar que las tomas de presión están conectadas sólo a las ramas del manómetro de mercurio y que la llave de derivación a la salida de la bomba está totalmente abierta.

Conectar la bomba y abrir cuidadosamente la llave de regulación del caudal para evitar que se produzcan golpes de presión en el manómetro de mercurio. Cerrar parcialmente la rama de derivación para conseguir mayor presión. Regular el caudal hasta obtener un valor del **10%** del máximo del rotámetro; abrir cuidadosamente las tomas de presión del manómetro de agua y medir la caída de presión para el caudal establecido, cuando la circulación del fluido sea estable.

Aumentar el caudal en intervalos del **2%** y realizar las medidas correspondientes. Cuando la pérdida de presión supere los **20 cm de agua**, cerrar las tomas de presión del manómetro de agua y seguir realizando las medidas con el manómetro de mercurio. Cuando el caudal haya alcanzado el **50%** del máximo, pueden tomarse los siguientes intervalos con amplitudes de variación del **5%**, hasta llegar al caudal máximo.

Finalizado el estudio se abrirá totalmente la derivación de la bomba, se cerrará la llave de regulación del caudal y se comprobará que las tomas de presión del manómetro de agua están desconectadas. Finalmente se desconectará la bomba.

Datos complementarios

Recuérdese que en un manómetro el correspondiente balance de fuerzas (expresado en presiones) permite poner (**Figura 3**):

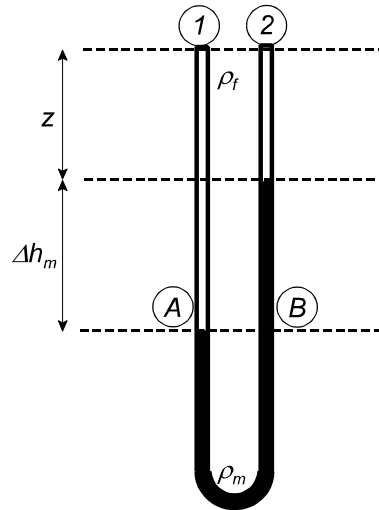


Figura 3: Balance de fuerzas en un manómetro.

$$P_A = P_1 + \rho_f g z + \rho_f g \Delta h_m$$

$$P_B = P_2 + \rho_f g z + \rho_m g \Delta h_m$$

En el equilibrio, **A** y **B** soportarán la misma presión, es decir:

$$P_1 + \rho_f g \Delta h_m = P_2 + \rho_m g \Delta h_m$$

y, por tanto:

$$P_1 - P_2 \left[\frac{N}{m^2} \right] = (\rho_m - \rho_f) \left[\frac{kg}{m^3} \right] g \left[\frac{m}{s^2} \right] \Delta h_m [m]$$

$$\rho_{\text{agua}} = 10 \text{ g/cm}^3 = 10^3 \text{ kg/m}^3$$

$$\mu_{\text{agua}} = 1 \text{ cp} = 10^{-3} \text{ kg/(m}\cdot\text{s)}$$

$$\rho_{\text{Hg}} = 13,6 \text{ g/cm}^3 = 13.600 \text{ kg/m}^3$$

$$1 \text{ pascal} = 1 \text{ N/m}^2 = 10^{-5} \text{ bar} = 7,5 \cdot 10^{-3} \text{ mm Hg} = 0,01 \text{ cm agua}$$

Presentación de los resultados

1. Obtener las pérdidas de carga que produce el lecho para todo el intervalo de caudales empleado.
2. Determinar las variaciones que se producen en el número de Reynolds modificado para el lecho. ¿En qué régimen de circulación se está operando?

3. Representar la caída de presión del lecho frente a v_o y frente a v_o^2 . ¿Qué sugieren las gráficas obtenidas?
4. Linealizar la ecuación de Ergun-Orning, dividiéndola por la velocidad media del fluido. Representar gráficamente las variables que se obtienen de la linealización de esta ecuación y comprobar que existe una relación lineal entre ellas. Calcular los parámetros de la recta.
5. De acuerdo con el modelo representado por la ecuación de Ergun-Orning, obtener a partir de los datos experimentales y los parámetros del lecho las constantes K_1 y K_2 de dicha ecuación. Comparar los valores obtenidos con los que ofrece la bibliografía. Si existen discrepancias, ¿a qué pueden ser debidas?
6. ¿Podrán ponerse objeciones al proceso de linealización de la ecuación de Ergun-Orning para obtener sus parámetros experimentalmente? ¿Existiría una forma matemáticamente más correcta de abordar el problema y, por tanto, de obtener mejores valores para las constantes de la ecuación?

Bibliografía

- Calleja, G. (ed.); "Introducción a la Ingeniería Química", Ed. Síntesis, Madrid (1999).
- Costa, E. y otros; "*Ingeniería Química. 3.- Flujo de fluidos*", Ed. Alhambra, Madrid (1985).
- McCabe, W.L. y Smith, J.C.; "Operaciones básicas de Ingeniería Química, Ed. Reverté, Barcelona (1973).