

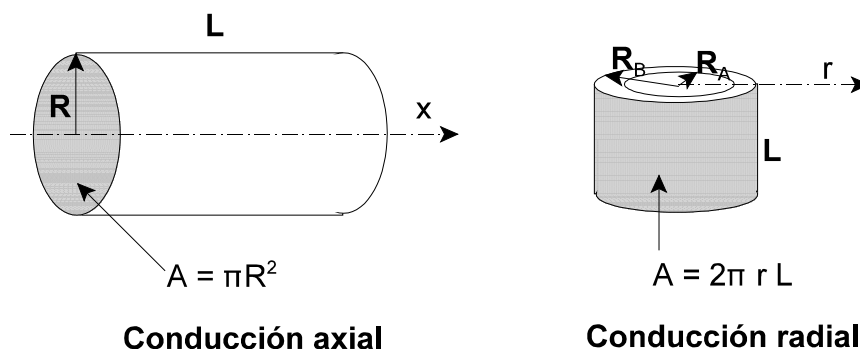
**Estimación de la
conductividad térmica
en sólidos**

Objetivos de la práctica

- Estudiar la distribución axial de temperaturas en una barra cilíndrica homogénea y calcular su conductividad térmica.
- Estudiar la distribución axial de temperaturas en una barra cilíndrica compuesta, calcular la conductividad térmica de uno de sus componentes y contrastar los valores obtenidos para el coeficiente global de transmisión de calor.
- Estudiar la distribución radial de temperaturas en un disco cilíndrico y comparar el flujo de calor suministrado con el valor que proporciona el modelo teórico.

Fundamento teórico

El calor es una forma de energía en tránsito, debida a una diferencia de temperaturas. El intercambio de energía interna entre dos sistemas a causa de sus temperaturas constituye el llamado “flujo de calor”. El estudio de las circunstancias que lo rigen toma el nombre de “transmisión de calor” aunque, rigurosamente, la energía que se trasmite es energía interna y sólo en tránsito se la denomina “calor”.



La ley de Fourier para la conducción de calor en una sola dirección de un cilindro puede ponerse de la forma:

$$q_{AX} \left[\frac{W}{m^2} \right] = \frac{Q}{A} = -k \frac{dT}{dx}$$

siendo x la dirección axial, o bien:

$$q_{RD} \left[\frac{W}{m^2} \right] = \frac{Q}{A} = -k \frac{dT}{dr}$$

siendo r la dirección radial.

En estas ecuaciones, k es la conductividad térmica del material y dT/dx , dT/dr los gradientes de temperaturas axial y radial, respectivamente.

Obsérvese, no obstante, que si el calor se transmite en la dirección axial, la sección de paso es constante e igual al área de la base del cilindro, mientras que si se transmite en la dirección radial, la sección de paso es variable e igual al área lateral de un cilindro que aumenta con el frente de calor.

La integración de las ecuaciones anteriores con las condiciones límites:

$$x = x_A \quad \text{ó} \quad r = r_A \quad T = T_A$$

$$x = x_B \quad \text{ó} \quad r = r_B \quad T = T_B$$

permite obtener:

$$Q_{RD} [W] = -2 \pi L k \frac{T_A - T_B}{\ln \frac{r_A}{r_B}}$$

y

$$Q_{AX} [W] = -\pi R^2 k \frac{T_A - T_B}{x_A - x_B}$$

Ecuaciones que indican que operando a un flujo de calor constante, conociendo las dimensiones del cilindro y midiendo las temperaturas en, al menos, dos puntos del cilindro, puede ser determinada la conductividad térmica del material.

Por otra parte, si en la disposición axial se colocan varias piezas de igual diámetro pero de distinto material (k_i) y espesor (e_i), la resistencia ofrecida por cada una de ellas a la transmisión de calor sería:

$$R_i = \frac{1}{\frac{e_i}{k_i}} = \frac{k_i}{e_i}$$

y su resistencia total, al estar en serie:

$$R_T = \sum R_i$$

Si se contempla el sistema en conjunto mediante la introducción del “**coeficiente global de transmisión de calor**”, U , y las temperaturas T_1 y T_2 en los extremos exteriores de las piezas:

$$Q_{AX} = -A U (T_1 - T_2) = -A \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{U}}$$

la resistencia total podrá ponerse como:

$$R_T = \frac{1}{U}$$

y calcularse operando a un flujo de calor constante, conociendo la sección de las piezas y midiendo las temperaturas en sus extremos exteriores.

Relacionando los componentes individuales con el sistema global:

$$\frac{1}{U} = \sum \frac{e_i}{k_i}$$

ecuación que permite calcular también el coeficiente global de transmisión de calor a partir de las conductividades de cada uno de los materiales que forman un cilindro compuesto, conociendo sus respectivos espesores.

Cálculo teórico de conductividades térmicas

Existen numerosos trabajos mediante los que se ha intentado relacionar la conductividad térmica con algunas propiedades físicas del material en estudio. Así, puede utilizarse con un margen de error aceptable la ecuación dimensional:

$$k \left[\frac{W}{m \cdot K} \right] = 2,61 \cdot 10^{-8} \frac{T}{\rho_e} - 8,36 \cdot 10^{-13} \frac{\left(\frac{T}{\rho_e} \right)^2}{C_p \rho} + 2,36 \cdot 10^{-6} \frac{C_p \rho^2}{M T}$$

donde:

T: Temperatura absoluta [K]

ρ_e : Conductividad eléctrica del material [$\Omega \cdot m$]

C_p : Capacidad calorífica [J/(kg · K)]

ρ : Densidad [kg/m³]

M: Peso molecular [kg/kmol]

Dispositivo experimental

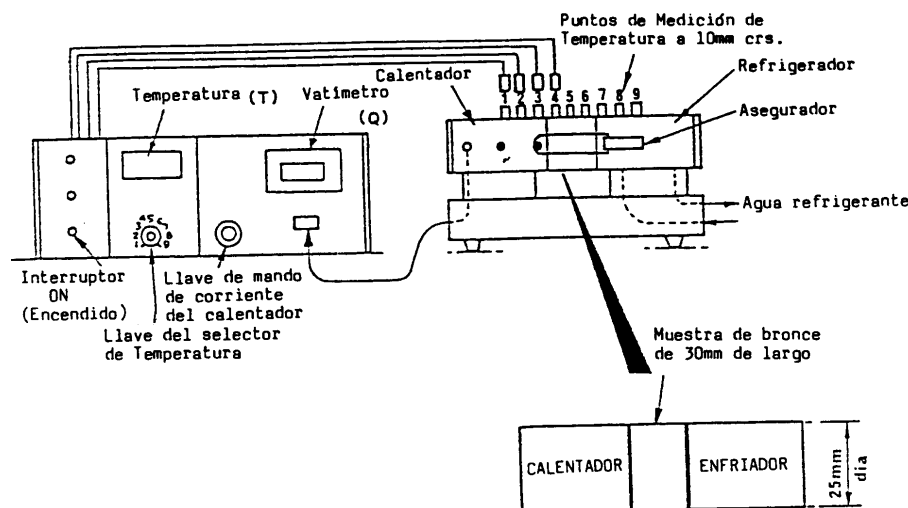
Para estudiar la conducción de calor en sólidos se dispone de un equipo

normalizado compuesto de una consola de medida y control y sendos módulos de experimentación, uno axial y uno radial.

La **consola** permite suministrar la potencia necesaria a los módulos de experimentación a través de un conector, regulando y midiendo su valor mediante una llave de mando de corriente y un vatímetro, respectivamente. Asimismo dispone de una llave de selección de temperatura, de nueve posiciones, y un lector digital para esta variable. El selector de temperatura permite conmutar entre los distintos sensores dispuestos en los módulos experimentales con objeto de realizar la lectura correspondiente. La consola se activa mediante un interruptor de encendido.

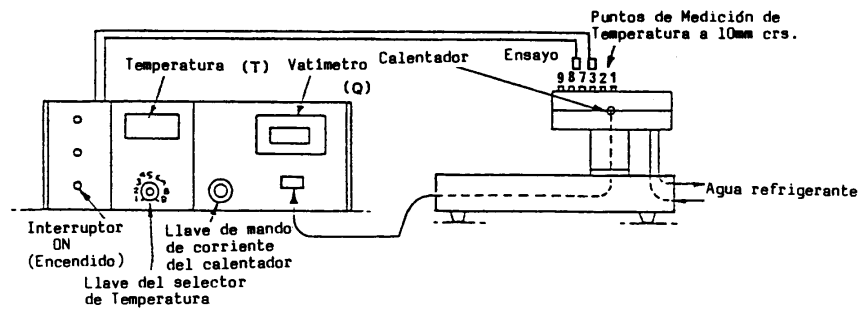
El **módulo axial** se compone de dos secciones cilíndricas, fabricadas con piezas de latón de **2,5 cm** de diámetro y **3 cm** de longitud, convenientemente aisladas mediante una carcasa de nylon. Una de las secciones está provista de un calefactor eléctrico en un extremo, para el suministro de calor, y la otra está provista de un dispositivo de refrigeración por agua en un extremo, para la disipación de calor. A lo largo de las dos secciones se hallan instalados unos termistores que actúan como sensores de temperatura, separados entre sí **1 cm** (obsérvese que los sensores más externos quedan situados a **0,5 cm** de los extremos de las piezas).

Entre ambas secciones se introducirá la sección “**muestra**”, cuya longitud también será siempre de **3 cm**.



El **módulo radial** se compone de un disco cilíndrico anular de latón de **0,8 cm** de diámetro interno, **11 cm** de diámetro externo y **0,3 cm** de altura, calentado en su centro mediante una resistencia eléctrica y refrigerado por agua en toda su circunferen-

cia externa. En el centro del disco y desde ahí, a intervalos de **1 cm** en dirección radial, se hallan instalados seis termistores, que actúan como sensores de temperatura.



Para la operación de este dispositivo es **importante** tener en cuenta que el agua de refrigeración esté circulando y que la temperatura no supere en ningún punto los **100°C**, pues se dañarían irreparablemente los termistores.

Realización práctica

Conducción axial

Se dispone de dos secciones cilíndricas “**muestra**”: una de latón y otra de acero, ambas de **2,5 cm** de diámetro y **3 cm** de longitud.

Montar la muestra de latón en el módulo axial, engrasando bien las interfases con la pasta termoconductora para obtener el mejor contacto térmico posible. Asegurarla al dispositivo, cuidando de que la pieza quede bien ajustada y los sensores de temperatura queden alineados con los de las otras dos secciones. Conectar el agua de refrigeración; conectar la toma de corriente a la consola.

Encender la consola y establecer mediante la llave de mando de potencia el valor deseado (**10 W**). Esperar el tiempo necesario para lograr el estado estacionario, es decir, que las temperaturas no varíen con el tiempo. Alcanzado dicho estado, se anotan las temperaturas medidas por los nueve sensores y la lectura del vatímetro.

Una vez tomadas las medidas, apagar la consola, desconectar el módulo axial, esperar el tiempo necesario para que se enfríe, desconectar el agua de refrigeración, desmontar la sección de muestra y limpiar las interfases.

Con la muestra de acero se procede de la misma forma, observando que esta pieza no tiene sensores de temperatura, por lo que sólo se podrán obtener seis

lecturas de temperatura. Asimismo es conveniente observar cuidadosamente las posiciones relativas de dichos sensores, utilizando, si es necesario, una regla para medirlas.

Conducción radial

Conectar el agua de refrigeración; conectar la toma de corriente del módulo radial a la consola. Encender la consola y establecer mediante la llave de mando de potencia el valor deseado (**10 W**). Esperar el tiempo necesario para lograr el estado estacionario y anotar entonces las temperaturas medidas por los seis sensores y la lectura del vatímetro.

Una vez tomadas las medidas, apagar la consola, desconectar el módulo radial, esperar el tiempo necesario para que se enfríe y desconectar el agua de refrigeración.

Datos complementarios

Propiedades físicas obtenidas de la bibliografía				
Material	ρ_e [$\Omega \cdot m$]	C_p [J/(kg · K)]	ρ [kg/m ³]	M [kg/kmol]
Latón	$6,68 \cdot 10^{-8}$	376,2	$8,58 \cdot 10^3$	64
Acero	$7,48 \cdot 10^{-7}$	501,6	$8,01 \cdot 10^3$	56

Presentación de los resultados

1. Representar gráficamente la distribución axial de temperaturas en la barra cilíndrica homogénea de latón. ¿Por qué no se obtiene una sola recta? ¿Qué pendiente habría que tomar para calcular la conductividad?
2. A partir de la ecuación integrada para la dirección axial, calcular la conductividad del latón.
3. Comparar el valor obtenido para la conductividad del latón con el calculado mediante la ecuación teórica, a la temperatura media del sistema.
4. Representar gráficamente la distribución axial de temperaturas en la barra cilíndrica compuesta latón-acero-latón. Teniendo en cuenta que no hay valores de temperatura en el interior de la sección de acero, ¿cómo habría que trazar

la distribución de temperaturas en su interior para poder calcular la conductividad del acero?

5. A partir de la ecuación integrada para la dirección axial, calcular la conductividad del acero.
6. Comparar el valor obtenido para la conductividad del acero con el calculado mediante la ecuación teórica, a la temperatura media del sistema.
7. Determinar las temperaturas de los extremos del módulo axial y calcular el coeficiente global de transmisión de calor.
8. A partir de los valores calculados para la conductividad del latón y del acero y del tamaño de las piezas, calcular el coeficiente global de transmisión de calor como suma de coeficientes individuales.
9. Comparar los dos valores obtenidos para el coeficiente global.
10. Representar gráficamente la distribución radial de temperaturas en el disco cilíndrico anular de latón, observando que el elemento de calefacción ocupa completamente el hueco central del anillo de latón (de 0,8 cm de diámetro).
11. Teniendo en cuenta las dimensiones del disco, las posiciones de los sensores de temperatura y la conductividad del latón obtenida por conducción axial, obtener el flujo de calor que atraviesa radialmente el disco, a partir de la ecuación integrada para la dirección radial.
12. Comparar el valor calculado para el flujo de calor con el flujo de calor realmente suministrado.

Bibliografía

- Costa, E. y otros; "Ingeniería Química I. Conceptos generales", Ed. Alhambra, Madrid (1983).
- Costa, E. y otros; "Ingeniería Química IV. Transmisión de calor", Ed. Alhambra, Madrid (1985).
- Costa, J. y otros; "Curso de Química Técnica", Ed. Reverté, Barcelona (1988)