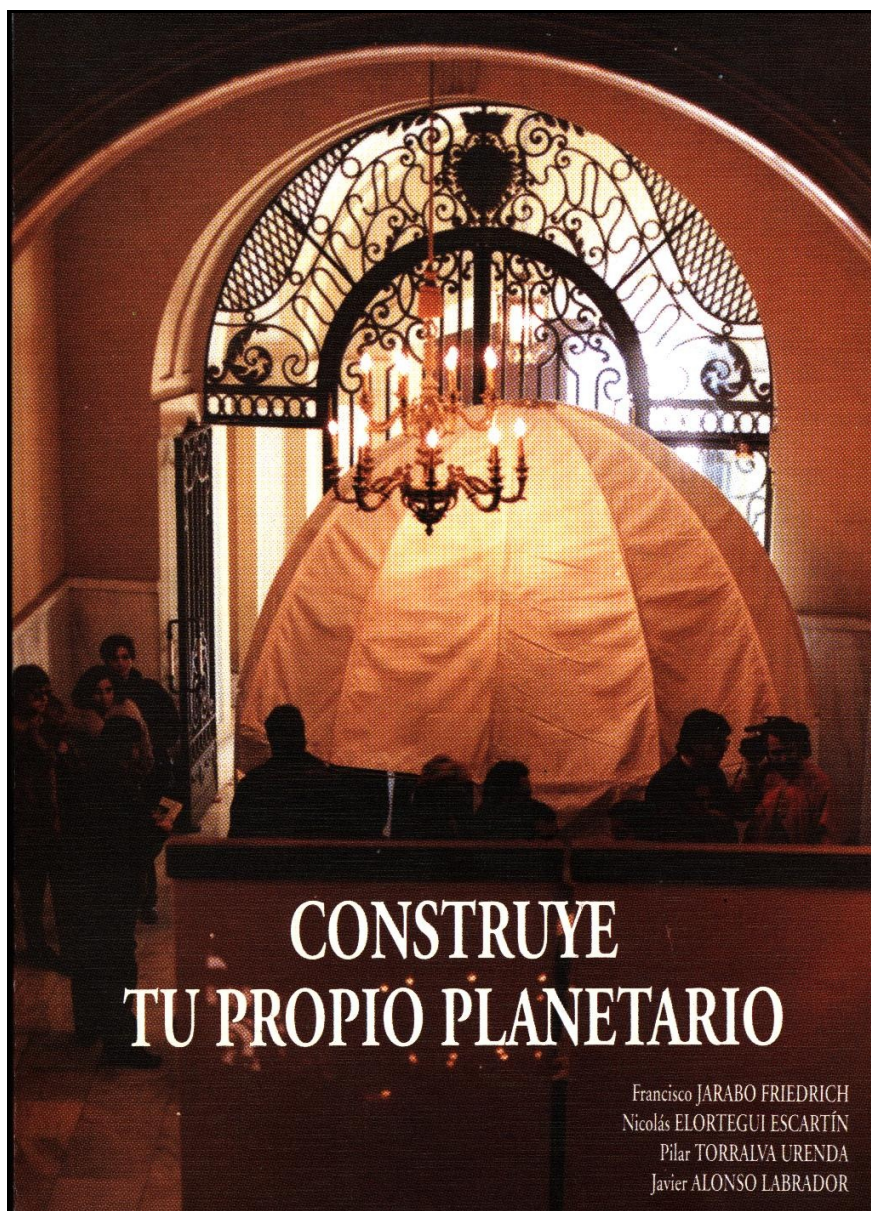


# CONSTRUYE TU PROPIO PLANETARIO



**Francisco JARABO FRIEDRICH**  
**Nicolás ELORTEGUI ESCARTÍN**  
**Pilar TORRALVA URENDA**  
**Javier ALONSO LABRADOR**



# Cuadernos de i.n.i.c.e.

CUADERNOS DE I.N.I.C.E. - ASTRONOMIA - Núm. 39



## Comité de redacción:

JUAN RUIZ BARRIONUEVO  
JAVIER ALONSO LABRADOR  
FRANCISCO JARABO FRIEDRICH  
ANDRES LAMAS SECO  
MARIA DOLORES LOZANO RODERO  
JUAN JOSE MENDOZA ALONSO  
JOSE LUIS MENENDEZ ALVAREZ  
ANGEL PINTO CARRASCAL  
ANTONIO PULIDO PASTOR  
MARTA RUIZ  
FERNANDO LUIS SANCHEZ CASADO  
JOSE LUIS YUSTE

I.N.I.C.E., Instituto de Investigaciones Científicas y Ecológicas, Asociación Nacional, tiene como fines: Ayudar y fomentar de forma original la investigación científica y ecológica (Art. 3º-1º de los Estatutos) y promover y divulgar toda la actividad cultural y científica que interese a la juventud.



Edita:  
Instituto de Investigaciones Científicas y Ecológicas  
I.N.I.C.E. - ESPAÑA

Sede Central:  
Diego Pisador, s/n  
Apartado de Correos, 82  
37080 SALAMANCA

Fotografías: Javier Alonso Labrador

Dibujos: Autores y biblioteca DrawPerferct

Registro Nacional de Asociación:

Nº A.J. 3136 M.I.

B.O.E. nº 184 de 3 de agosto de 1982

Depósito Legal: S. -1991

I.S.S.N.: 0211 - 5875

Gráficas Cervantes, S.A.

Ronda de Sancti-Spíritus, 9 - 11

37001 SALAMANCA

# PRESENTACIÓN

El VI Encuentro de Jóvenes Investigadores representó un hito importante en la expansión de las actividades de I.N.I.C.E.. Entre otros motivos, porque el objetivo de acercamiento de la Asociación a los centros de enseñanza, establecido después de mucho tiempo de planificación, comenzó a dar sus frutos.

Este trabajo es buena prueba de ello. La "Campaña de Promoción de la Investigación entre los Jóvenes", lanzada por I.N.I.C.E. - CANARIAS, permitió "descubrir" en un centro de Formación Profesional de la isla de Tenerife a un grupo de alumnos que había construido un planetario con ayuda de sus profesores. Este trabajo merecía ser promocionado, pero ello implicaba serios problemas técnicos. El Grupo de Astronomía de I.N.I.C.E. - CANARIAS se hizo cargo del asunto y, con ayuda de una subvención de la Dirección General de Juventud del Gobierno de Canarias, consiguió que el planetario se pudiese presentar al VI Encuentro de Jóvenes Investigadores, con gran éxito, por cierto.

Pero no bastaba con mostrar los resultados; había que enseñar a conseguirlos y demostrar que, en realidad, podía ser muy fácil, disponiendo de la información adecuada. Dar esta información es lo que pretendemos con esta publicación.

Estamos convencidos de que interesará a los jóvenes y confiamos en que tenga buena aceptación en los centros de enseñanza, tanta como la ha tenido el propio planetario. Si con ello conseguimos además que los jóvenes se den cuenta de que lo que estudian puede serles útil en la práctica, habremos dado un paso importante en la promoción de la investigación juvenil.

JUAN RUIZ BARRIONUEVO  
DIRECTOR GENERAL DE I.N.I.C.E.

**AGRADECEMOS LA AYUDA DE ...**

**D. Juan Justo Rodríguez León** (Servicio de Torno y Fresa)

**Dr. D. Manuel Álvarez Díaz** (Director de la Sección de I.Q.)

Dpto. de Ingeniería Química y Tecnología Farmacéutica

Universidad de La Laguna

**Dr. D. Ignacio García de la Rosa**

Instituto de Astrofísica de Canarias

**D. José María Carralero Jaime**

E.U. de Informática

Universidad de La Laguna

**TOLDOS TEIDE**

Santa Cruz de Tenerife

Dirección General de Juventud

Consejería de Educación, Cultura y Deportes

Gobierno de Canarias

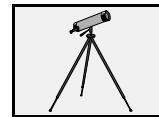
**Todos aquéllos que con sus aportaciones y su confianza en  
nosotros han hecho posible este trabajo**

# **CAPITULO 1**

## **LA ASTRONOMÍA Y LOS PLANETARIOS**







## ALGUNOS CONCEPTOS SOBRE ASTRONOMÍA

En una noche clara se pueden observar en el cielo multitud de puntos luminosos, los "**cuerpos celestes**" o "**astros**". Unos mantienen unas posiciones fijas respecto a los demás y titilan, las "**estrellas**", mientras que otros cambian de posición y brillan de manera más regular, los "**planetas**" ("astros errantes").

Si se toma un punto de referencia sobre la superficie terrestre, la posición de las estrellas cambia con el tiempo, o lo que es lo mismo, se puede considerar que las estrellas están fijas sobre una superficie esférica sólida cuyo centro es la Tierra, que es la que gira. Así pues, la esfera aparente centrada en la Tierra en la que se proyectan todos los astros se denomina "**esfera celeste**" o "**bóveda celeste**". Por analogía con las denominaciones terrestres, se llama "**ecuador celeste**" a la proyección del ecuador terrestre sobre la esfera celeste y "**polos celestes**" a las proyecciones del eje de rotación terrestre sobre la esfera celeste.

Ahora bien, el Sol también es una estrella, pero no sigue el mismo movimiento aparente de las demás. El Sol sigue alrededor del cielo una trayectoria circular que difiere ligeramente de la de la Luna, cruzándose ambas en dos puntos, en lados opuestos del firmamento. A la trayectoria que describe el Sol se la denomina "**eclíptica**", porque cuando el Sol y la Luna coinciden simultáneamente en su llegada a uno de los puntos de cruce, la Luna pasa por delante del Sol y se produce un "eclipse" u ocultación transitoria del Sol.

Observando exhaustivamente los movimientos de los astros se pueden construir modelos que permiten justificar estos movimientos y, por tanto, intentar predecir los mismos. Esta es la base de la "**Astronomía**", ciencia que trata de cuanto se refiere a los astros, y principalmente a las leyes de sus movimientos.



## CONSTELACIONES

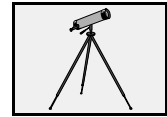
Las estrellas se han agrupado en "**constelaciones**", conjuntos de varias estrellas aparentemente cercanas en el cielo y que forman una figura imaginaria, cuyo nombre se le ha dado para distinguirlos de otros. Las constelaciones más conocidas son las asociadas al movimiento del Sol que, al desplazarse a lo largo de la eclíptica y trazar su círculo alrededor del firmamento, cruza doce constelaciones, llevándole un mes el paso por cada una de ellas.

Puesto que a muchas de las constelaciones que hay a lo largo de la eclíptica les fueron asignados nombres de animales por Enópides (450 a.C.), al conjunto de todas ellas se le llamó "**Zodíaco**" ("círculo de animales").

Pero fuera del Zodíaco existen otras interesantes agrupaciones, 36 de las cuáles fueron relacionadas por Ptolomeo (135 d.C.), que incluyó en cada constelación sólo aquellas estrellas que parecían formar el dibujo del animal, persona u objeto cuyo nombre le atribuía ("**asterismo**"), y no aquellas estrellas que quedaban entre tales figuras.

Una vez que se inventó el telescopio, se descubrió un enorme número de estrellas cuyo brillo era demasiado pequeño para verlas a simple vista, resultando que había grandes cantidades de estrellas entre las constelaciones que habían sido dibujadas en los tiempos antiguos.

En la actualidad se divide el cielo en secciones desiguales, limitadas por líneas rectas, tomando como base las antiguas constelaciones. Cada una de estas secciones contiene, en general, las estrellas de cada una de las constelaciones de Ptolomeo, de manera que las constelaciones cubren ahora todo el cielo, y no hay ninguna estrella que no se halle incluida en una constelación. De esta forma se relacionan 88 constelaciones, de diferentes formas y tamaños, cuyos nombres se indican en la **Tabla** siguiente.



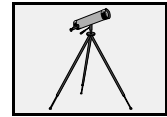
LA ASTRONOMÍA Y LOS PLANETARIOS

CONSTELACIONES			
ABREV. I.A.U.*	NOMBRE LATINO	NOMBRE ESPAÑOL	HEMISFERIO
AND	Andromeda	Andrómeda	N
ANT	Antlia	Máquina Neumática	S
APS	Apus	Ave del Paraíso	S
AQL	Aquila	Aguila	N/S
AQR	Aquarius	Acuario	N/S
ARA	Ara	Altar	S
ARI	Aries	Carnero	N
AUR	Auriga	Cochero	N
BOO	Bootes	Boyero	N
CAE	Caelum	Buril	S
CAM	Camelopardalis	Jirafa	N
CAP	Capricornus	Capricornio	S
CAR	Carina	Quilla	S
CAS	Cassiopeia	Casiopea	N
CEN	Centaurus	Centauro	S
CEP	Cepheus	Cefeo	N
CET	Cetus	Ballena	N/S
CHA	Chamaeleon	Camaleón	S
CIR	Circinus	Compás	S
CMA	Canis Major	Can Mayor	S
CMI	Canis Minor	Can Menor	N/S
CNC	Cancer	Cangrejo	N
COL	Columba	Paloma	S
COM	Coma Berenices	Cabellera de Berenice	N
CRA	Corona Australis	Corona Austral	S



LA ASTRONOMÍA Y LOS PLANETARIOS

CONSTELACIONES			
ABREV. I.A.U.*	NOMBRE LATINO	NOMBRE ESPAÑOL	HEMISFERIO
CRB	Corona Borealis	Corona Boreal	N
CRT	Crater	Copa	S
CRU	Crux	Cruz del Sur	S
CRV	Corvus	Cuervo	S
CVN	Canes Venatici	Lebreles	N
CYG	Cygnus	Cisne	N
DEL	Delphinus	Delfín	N
DOR	Dorado	Dorada	S
DRA	Draco	Dragón	N
EQU	Equuleus	Caballito	N
ERI	Eridanus	Erídano	S
FOR	Fornax	Hornillo	D
GEM	Gemini	Gemelos	N
GRU	Grus	Grulla	D
HER	Hercules	Hércules	N
HOR	Horologium	Reloj	S
HYA	Hydra	Hidra	N/S
HYI	Hydrus	Hidra Austral	S
IND	Indus	Indio	S
LAC	Lacerta	Lagarto	N
LEO	Leo	León	N/S
LEP	Lepus	Liebre	S
LIB	Libra	Balanza	S
LMI	Leo Minor	León Menor	N
LUP	Lupus	Lobo	S



LA ASTRONOMÍA Y LOS PLANETARIOS

CONSTELACIONES			
ABREV. I.A.U.*	NOMBRE LATINO	NOMBRE ESPAÑOL	HEMISFERIO
LYN	Lynx	Lince	N
LYR	Lyra	Lira	N
MEN	Mensa	Montaña de la Mesa	S
MIC	Microscopium	Microscopio	S
MON	Monoceros	Unicornio	N/S
MUS	Musca	Mosca	S
NOR	Norma	Escuadra	S
OCT	Octans	Octante	S
OPH	Ophiuchus	Serpentario	N/S
ORI	Orion	Orión	N/S
PAV	Pavo	Pavo	S
PEG	Pegasus	Pegaso	N
PER	Perseus	Perseo	N
PHE	Phoenix	Fénix	S
PIC	Pictor	Pintor	S
PSA	Piscis Austrinus	Pez Austral	S
PSC	Pisces	Peces	N/S
PUP	Puppis	Popa	S
PYX	Pyxis	Brújula	S
RET	Reticulum	Retículo	S
SCL	Sculptor	Escultor	S
SCO	Scorpius	Escorpión	S
SCT	Scutum	Escudo	S
SER	Serpens	Serpiente	N/S
SEX	Sextans	Sextante	S



CONSTELACIONES			
ABREV. I.A.U.*	NOMBRE LATINO	NOMBRE ESPAÑOL	HEMISFERIO
SGE	Sagitta	Flecha	N
SGR	Sagittarius	Sagitario	S
TAU	Taurus	Toro	N
TEL	Telescopium	Telescopio	S
TRA	Triangulum Australe	Triángulo Austral	S
TRI	Triangulum	Triángulo	N
TUC	Tucana	Tucán	S
UMA	Ursa Major	Osa Mayor	N
UMI	Ursa Minor	Osa Menor	N
VEL	Vela	Velas	S
VIR	Virgo	Virgen	N/S
VOL	Volans	Pez Volador	S
VUL	Vulpecula	Raposilla	N

(\*) INTERNATIONAL ASTRONOMICAL UNION

## MAGNITUD ESTELAR

Téngase en cuenta que no todas las estrellas brillan con la misma intensidad. Por ello, Hiparco (134 a.C.) estableció una escala de brillos aparentes (el brillo absoluto depende, entre otras cosas, de la distancia), clasificando las estrellas en seis clases de "**magnitud**". Las estrellas de 1ª magnitud eran las más brillantes, mientras que las de 6ª magnitud eran difícilmente perceptibles a simple vista.

Posteriormente Pogson (1850) propuso definir con mayor exactitud la escala de las magnitudes, ya que al desarrollarse los instrumentos ópticos, se podían comparar de forma muy exacta los brillos de las distintas estrellas. De esta forma, al comprobar-



se que la estrella media de 1ª magnitud tenía un brillo 100 veces mayor que el de la estrella media de 6ª magnitud, se pudo relacionar las intensidades del brillo  $I$  e  $I_0$  de dos estrellas con sus correspondientes magnitudes,  $M$  y  $M_0$ :

$$\frac{I}{I_0} = \frac{1}{100^{\frac{M - M_0}{6 - 1}}} \quad [1]$$

o, lo que es lo mismo:

$$\log \frac{I}{I_0} = -0,4 (M - M_0) \quad [2]$$

siendo pues el valor de la magnitud de la estrella:

$$M = M_0 - 2,5 \log \frac{I}{I_0} \quad [3]$$

Con esta definición, los astros muy brillantes pueden tener magnitudes negativas, y los menos brillantes pueden superar la magnitud 23. Por supuesto, se necesita alguna estrella de referencia, por lo que se ha establecido un catálogo de brillos normalizados, medidos con la mayor exactitud posible por el método de "fotometría fotoeléctrica".



## MAPAS ASTRONOMICOS

Para fijar las posición de un objeto sobre la esfera celeste se utilizan diversos sistemas de coordenadas astronómicas, siendo el más usado el sistema de **coordenadas ecuatoriales absolutas**. Este sistema toma como elementos de referencia los siguientes:

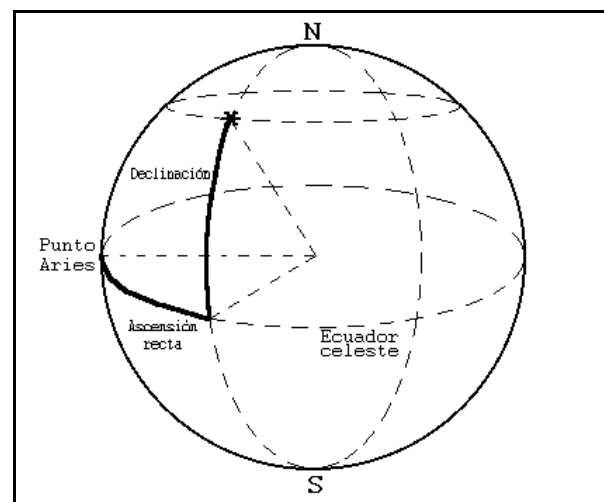
**Ecuador celeste:** proyección del ecuador terrestre sobre la esfera celeste.

**Punto Aries:** punto del ecuador celeste que coincide con la posición del Sol en el equinoccio de primavera (21 de marzo); es uno de los dos puntos de intersección de la eclíptica (órbita plana aparente descrita por el Sol) con el ecuador celeste.

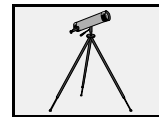
Según estos dos puntos de referencia, se definen las siguientes coordenadas, esquematizadas en la **Figura 1**:

**Ascensión recta,  $\alpha$ :** ángulo que forma el meridiano del astro con el meridiano del punto Aries. Se mide de  $0^\circ$  a  $360^\circ$  ó de 0 a 24 horas, en dirección Este y es similar a la coordenada de longitud terrestre.

**Declinación,  $\delta$ :** ángulo que forma el paralelo del astro con el ecuador. Se mide de  $0^\circ$  a  $+90^\circ$  hacia el Norte y de  $0^\circ$  a  $-90^\circ$  hacia el Sur; es similar a la coordenada de latitud terrestre.



**Figura 1** Definición de las coordenadas ecuatoriales absolutas



## PLANETARIOS Y ESTELARIOS

Hasta no hace muchos años, la contemplación del cielo estrellado era una experiencia cotidiana. Hoy día este privilegio queda reservado a los habitantes de las zonas apartadas de los grandes núcleos urbanos: la existencia de la capa atmosférica, la contaminación y la luminosidad de las ciudades contribuyen a velar el cielo, ya que provocan una difusión de la luz hacia arriba. Las estrellas desaparecen de la vista y mucha gente se ve privada de un espectáculo natural de gran magnitud.

No obstante, la tecnología humana, al mismo tiempo que ha propiciado este fenómeno, ha conseguido un sistema sustitutivo de la visión del cielo estrellado: el planetario. No es lo mismo, pero puede cumplir además otras funciones adicionales: la didáctica, e incluso, la de espectáculo más o menos pretencioso.

La idea de reproducir la bóveda celeste e ilustrar los movimiento diurno y anual y los fenómenos astronómicos estacionales, se remonta a tiempos antiquísimos. Desde entonces se han construido modelos o maquetas para representar las estrellas y los planetas, explicando así los diferentes movimientos de la esfera celeste.

Ahora bien, hay que distinguir dos maneras de representar la bóveda celeste: la limitada a mostrar las estrellas y las constelaciones que forman, y la que incluye también a los planetas.

Las estrellas no cambian aparentemente su posición relativa. Aunque en realidad están animadas de movimiento relativo, la enorme distancia que las separa de la Tierra hace que su movimiento sea inapreciable, por lo que dan la impresión de estar fijas. Por el contrario, los planetas cambian continuamente su posición sobre la esfera celeste, recorriéndola más o menos velozmente.

Así pues, se puede representar el cielo excluyendo los astros que se mueven rápidamente, ya que no se prestan a una representación estable, o bien se puede elegir un sistema para incorporar también los planetas en la representación. En el



## LA ASTRONOMÍA Y LOS PLANETARIOS

primer caso, se construye un "**estelario**", mientras que en el segundo, más completo, se denomina "**planetario**". De cualquier forma, se suele atribuir la acepción de "planetario" al "*instrumento capaz de representar los movimientos de la esfera celeste*" o al "*local destinado a alojar este instrumento*".

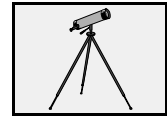
Por otra parte, la esfera celeste se puede representar desde dos puntos de vista: imaginando que el observador la mira desde el interior o bien la mira desde el exterior.

El primer tipo de representación es más natural, ya que si se mira al cielo, se ve como una cúpula que se extiende por encima, como una semiesfera de la que el observador es el punto central.

El segundo tipo de representación es más fácil y, a veces, igualmente eficaz, pero no es natural; consiste en la construcción de un globo, sobre cuya superficie están las estrellas y las constelaciones, de manera análoga a la representación de los continentes sobre un globo terráqueo.

Existe una gran ventaja en utilizar el segundo tipo de sistema, el "**globo celeste**": la esfera sobre la que se deben representar las estrellas y constelaciones puede tener un diámetro pequeño, con lo que se puede hacer girar fácilmente sobre uno o más ejes para representar los distintos movimientos. Sin embargo, no reproduce la visión del cielo, por lo que sólo suele emplearse actualmente para mostrar el movimiento de los planetas alrededor del Sol, ya que este movimiento es muy fácil de reproducir desde una posición espacial exterior.

Con respecto a la representación en cúpula, si bien es muy fácil dibujar un cielo inmóvil sobre una gran bóveda, se plantean muchos problemas cuando se quiere dotar al sistema de movimiento, sobre todo porque debe tener dimensiones muy amplias si se desea observar desde su interior. Sin embargo, es éste el modelo que se ha



impuesto en la actualidad, ya que la tecnología ha aportado numerosas soluciones, aunque no sencillas ni baratas.

## **EVOLUCION DE LOS PLANETARIOS**

Se conoce la existencia de esferas celestes desde el siglo III a.C., si bien casi todas ellas se han perdido. Probablemente de ellas han derivado las "esferas armilares", dispositivos compuestos de varios círculos que representan los de la esfera celeste, y en cuyo centro se coloca un pequeño globo que representa la Tierra. Estas esferas fueron muy populares en los siglos XVII y XVIII y se utilizaban para explicar los aparentemente complicados movimientos de los planetas bajo modelos del Universo en que la Tierra tenía una posición central.

Información más precisa se tiene sobre los globos celestes y planetarios contruidos a partir del siglo XVII, cuando ya se había afirmado claramente el sistema heliocéntrico propuesto por Copérnico. Así, por ejemplo, en el siglo XVIII se construye el llamado "globo Gottorp", una esfera hueca de 4 m de diámetro, cuya superficie externa era una representación de la esfera terrestre, mientras que la superficie interna representaba el cielo estrellado. Esta esfera, en cuyo interior cabían unas diez personas, se hacía girar alrededor de su eje por medio de un ingenio hidráulico, dando una vuelta completa cada 24 horas. El globo Gottorp era esencialmente un estelario y sólo artificios particulares permitían indicar aproximadamente la posición de los planetas.

Un ingenio parecido se construyó en EE.UU. en 1913: el globo celeste Atwood. Se entraba en él por una abertura practicada en el hemisferio Sur y a través de casi 700 orificios penetraba la luz desde el exterior, simulando las estrellas. Una serie de aberturas permitían representar de forma aproximada la posición de varios planetas,



## LA ASTRONOMÍA Y LOS PLANETARIOS

del Sol y de la Luna. Aunque el resultado no fuese del todo satisfactorio y riguroso, se trataba de un auténtico planetario.

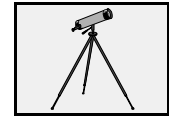
La revolución conceptual en la construcción de planetarios se produjo en 1923 cuando, después de diez años de trabajo, el director de la empresa alemana Zeiss, W. Bauersfeld, invirtió el planteamiento seguido hasta entonces: la iluminación debía ser interior y la esfera debía estar inmóvil.

Bajo esta concepción, la semiesfera celeste observable debía ser una cúpula blanca y fija, como una enorme pantalla sobre la que proyectaría los astros y su movimiento una "máquina rotante", relativamente pequeña y situada en el centro geométrico de la semiesfera. Para que los proyectores fueran útiles, toda la sala debía estar en completa oscuridad.

Según esta idea, estaba resuelto el problema de representar el movimiento diario con cualquier velocidad, ya que, mediante simples interruptores eléctricos se podía poner en funcionamiento una pequeña máquina de proyección de poca potencia. Es decir, con suma facilidad se podía disponer de un estelario. Para transformarlo en planetario hubo que desarrollar un complicadísimo sistema de engranajes que permitiera representar los movimientos de los distintos planetas, del Sol y de la Luna.

Sin embargo, el primer modelo carecía de una característica fundamental para utilizarlo en diferentes lugares: no permitía mostrar el cielo a cualquier latitud. Ello hizo que inmediatamente se acometieran los trabajos para resolver este problema, ya que las demandas de este instrumento crecieron rápidamente.

Se diseñó entonces el planetario Zeiss modelo II, inaugurado en 1926 y que permitía la rotación para variar la latitud, podía representar las estrellas próximas al polo Sur y era capaz de rotar sobre el eje de la eclíptica. Este planetario pesaba más de una tonelada, tenía unas 30.000 piezas y albergaba un centenar de proyectores, que permitían mostrar casi 9.000 estrellas, los planetas, el Sol y las fases de la Luna.



Cuando se habla de grandes planetarios se toma como base el modelo II de Zeiss. Reformado por la propia empresa constructora en años posteriores, ha sido dotado con aparatos electrónicos modernos y continuamente está siendo imitado por otros fabricantes que, en general, han intentado simplificarlo para reducir su coste. Pero durante más de 60 años de evolución, la apariencia del proyector Zeiss ha variado muy poco. El instrumento tiene forma cilíndrica en su parte central, donde se encuentran los proyectores para los astros errantes y lleva en los extremos dos semiesferas para proyectar las estrellas de sendos hemisferios celestes. Puede representar con toda rigurosidad el cielo observable en cualquier lugar y en cualquier época, con todos los planetas en su posición exacta.

Pero no acaba aquí la evolución de los planetarios, al menos en lo que respecta a su utilización. Las nuevas tecnologías de la imagen y de la informática han cambiado la concepción de muchos planetarios en los últimos años. La utilización de complejos ingenios cinematográficos de proyección hemisférica, el empleo del láser y el uso de sofisticados ordenadores que manejan inmensas bases de datos y permiten generar imágenes gráficas tridimensionales, ha puesto de manifiesto las dos vertientes, a veces antagónicas, que pueden plantearse en un planetario: la educación y el espectáculo.

En principio, la finalidad esencial de un planetario es la didáctica, pero se puede deducir por lo indicado que el coste de los instrumentos necesarios es muy elevado. Además, hay que disponer de una sala apropiada de un diámetro de 20 a 30 m, capaz de alojar, cómodamente sentados, a 300 ó 400 espectadores. Todo ello ha llevado a la proliferación de verdaderos "teatros espaciales", de indudable éxito comercial pero de dudoso valor educativo. Parece haberse perdido la antigua máxima de que *"ningún visitante debería abandonar el planetario sin saber cómo identificar los objetos celestes de mayor interés"*.



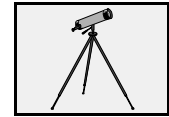
## LA ASTRONOMÍA Y LOS PLANETARIOS

Por todo ello, algunos fabricantes han simplificado drásticamente sus equipos, reduciendo su tamaño y el número de fenómenos astronómicos que permiten observar. De esta forma, actualmente pueden adquirirse planetarios con una cúpula de 3 a 4 m, bajo la que caben de 15 a 20 personas, y que cumplen con la primitiva finalidad didáctica de estos dispositivos. La filosofía que subyace en estos sencillos planetarios es que *"no se necesita formar mucho alboroto para atraer gente hacia la majestad y grandeza de una noche silenciosa y estrellada, así que dejemos que las personas se emocionen con la realidad misma; incluso el rasgo más elemental del universo es más impresionante que toda nuestra moderna tecnología audiovisual"*.

## EL PLANETARIO DEL I.F.P. DE GÜÍMAR

Hasta aquí ha quedado clara la finalidad didáctica de un sencillo planetario. Sin embargo, el coste de un sistema comercial de este tipo se acerca bastante al millón de pesetas, lo que no lo hace asequible a todos los entornos educativos. Ello plantea la posibilidad de autoconstrucción basada en referencias bibliográficas, y estableciendo el doble objetivo didáctico del propio diseño inicial del sistema y de la posterior utilización del mismo, una vez terminado. Por supuesto, un objetivo adicional es la realización del planetario con un mínimo coste material, no incluyendo en el coste del proyecto la partida correspondiente a la mano de obra, ya que ésta se ha de considerar compensada con el valor didáctico intrínseco de la propia experiencia de diseño y construcción.

Bajo estas perspectivas se acometió en el Instituto de Formación Profesional de Güímar (Tenerife) la construcción de un pequeño planetario, proyecto que contó con la financiación de la Dirección General de Promoción Educativa del Gobierno de Canarias, bajo la dirección de dos profesores del centro, la colaboración de otros



profesores y el concurso de un grupo de alumnos de tercer curso de las ramas de Metal y Electricidad.

Tomando como punto de partida la obra de Broman, Estalella y Ros "*Experimentos de Astronomía*" (Alhambra, 1988), construyeron el planetario reseñado en la misma, no sin ciertas dificultades, con resultados satisfactorios en todos los objetivos establecidos. Las conclusiones de este trabajo fueron presentadas al **VI Encuentro de Jóvenes Investigadores** (Salamanca, 1990).

El análisis posterior de la evolución del proyecto permitió plantear algunos puntos complementarios, cuyo desarrollo constituyó la base del diseño de un nuevo modelo:

- \* Los detalles de diseño de la publicación utilizada son empíricos y poco precisos en muchos de sus aspectos, lo que provocó numerosas dificultades durante la construcción.
- \* El empleo de un proyector de estrellas de doble cono no está debidamente justificado y su diseño es empírico, habiéndose utilizado unas plantillas, cuyo origen matemático se desconoce, pero que recomienda la publicación consultada.
- \* El mecanismo del proyector no permite variar la posición del mismo de acuerdo a la latitud del lugar.
- \* El diseño de la cúpula es también empírico, utilizándose esquemas acotados, reflejados en la obra consultada, y cuyo origen geométrico no está explicado.
- \* Una vez construida la cúpula, ésta no es transportable.



## EL PLANETARIO DE I.N.I.C.E.- CANARIAS

El planetario construido en Güímar despertó gran interés en el Instituto de Investigaciones Científicas y Ecológicas, I.N.I.C.E., tanto a nivel nacional como en el ámbito de la Comunidad Autónoma de Canarias, ya que planteaba unas posibilidades muy interesantes de divulgar la Astronomía entre los jóvenes mediante un dispositivo construido por los propios jóvenes. Ello llevó a desarrollar un proyecto de construcción de un nuevo planetario, basado en el de Güímar, y aprovechando la experiencia de sus diseñadores para introducir en el nuevo modelo todas las mejoras posibles, tanto bajo el punto de vista constructivo como bajo el punto de vista didáctico.

Un estudio exhaustivo del proyecto anterior permitió establecer como objetivos los resumidos en los siguientes puntos:

- \* Lograr un diseño de cúpula que fuese transportable, con objeto de fomentar la difusión de la Astronomía en diferentes ámbitos.
- \* Idear un sistema de plegado y empaquetado de los distintos elementos del planetario, disminuyendo el volumen del sistema para llevar a la práctica el objetivo anterior.
- \* Desarrollar las bases teóricas de los diferentes elementos del planetario, mejorando el modelo previo y realizando una descripción exhaustiva de los detalles de diseño y construcción, con la finalidad de que dicha información pudiese ser utilizada posteriormente con plena fiabilidad.
- \* Utilizar en lo posible como elementos de construcción materiales comerciales de uso común, fácilmente asequibles y baratos, intentando evitar al máximo el uso de materiales especiales y el empleo de técnicas específicas de construcción.



- \* Definir claramente los parámetros de diseño y el origen de los datos y las ecuaciones utilizados para todos los cálculos y condiciones de diseño.
- \* Practicar en lo posible la autoconstrucción, acudiendo a la red comercial de servicios sólo en caso necesario.
- \* Llevar a cabo el cálculo y el diseño de la forma más simplificada posible, pero sin perder por ello rigurosidad, es decir, si hubiese que llegar a aproximaciones, éstas deberían cuantificarse.
- \* Aprovechar las modernas técnicas informáticas para facilitar los cálculos reiterativos, pero en ningún caso debería emplearse programación específica, es decir, habría que utilizar paquetes informáticos generales de uso extendido y ordenadores personales para satisfacer las necesidades de cálculo.

Con estas premisas se construyó el nuevo modelo de planetario, contándose para ello con la financiación de la Dirección General de Juventud del Gobierno de Canarias, que aprobó el programa presentado por I.N.I.C.E. - CANARIAS denominado "Campaña de Promoción de la Investigación entre los Jóvenes" para el año 1990, donde se incluyó el proyecto del planetario.

El planetario estuvo completamente acabado en diciembre de 1990 y se presentó al **VI Encuentro de Jóvenes Investigadores**, en Salamanca, instalándose en el vestíbulo principal del Ayuntamiento de Salamanca, donde fue visitado por el público ([Figura 2](#)).

La necesidad de finalizar el proyecto en unas fechas preestablecidas llevaron a que el planetario construido presentase ciertas particularidades en su diseño y construcción, que es necesario reseñar aquí:

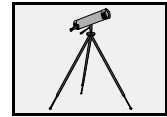


## LA ASTRONOMÍA Y LOS PLANETARIOS

- \* La cubierta se diseñó de forma empírica, dibujando una plantilla sobre la estructura construida.
- \* El proyector de estrellas se diseñó de forma empírica, utilizando la plantilla ofrecida por la publicación antes citada.
- \* Las uniones de la estructura de la cúpula y sus patas de apoyo fueron construidas en el Servicio de Torno y Fresa del Departamento de Ingeniería Química y Tecnología Farmacéutica de la Universidad de La Laguna, si bien de forma gratuita.
- \* La cubierta fue construida por una empresa comercial de fabricación de toldos, a un coste inferior al aplicado normalmente.
- \* Las patas de apoyo de la estructura de la cúpula fueron sometidas a niquelado, para su mejor conservación, en una empresa comercial del ramo, a coste normal.

No obstante, en la actualidad se dispone de las ecuaciones de diseño y de los métodos de cálculo correspondientes, tanto para la cubierta de la cúpula como para el proyector de estrellas, como se muestra más adelante. Por otra parte, se proponen a continuación unas alternativas posibles para obviar los tres últimos puntos anteriores, ajustándolos de forma más precisa a los objetivos ya indicados. Estas alternativas podrían ser las siguientes:

- \* Construir las uniones y las patas de la estructura por alumnos de Formación Profesional de la rama de Metal.
- \* Construir la cubierta por alumnos de Formación Profesional de la rama de Corte y Confección.
- \* Sustituir como material de construcción de las patas de apoyo el hierro por el aluminio. Aunque su resistencia mecánica es menor, deberá soportar el peso de la cúpula. Esta sustitución evitará el niquelado,



## LA ASTRONOMÍA Y LOS PLANETARIOS

facilitará la construcción y disminuirá el peso total del sistema, si bien a expensas de aumentar algo su coste.

Las alternativas expuestas, se probable viabilidad, fomentarían el valor didáctico de la etapa de diseño y construcción del planetario, potenciando aún más la interdisciplinariedad de sus contenidos. El interés de este hecho en el sistema educativo actual es obvio.

Obsérvese finalmente que el planetario es, en rigor, un "estelario", ya que no permite representar ni los planetas ni el Sol y la Luna. Ello lo hace más simple, pero no necesariamente menos útil. No obstante, queda abierto el reto de acometer la construcción de mecanismos para mostrar los planetas pero, a ser posible, manteniendo las premisas fundamentales ya expuestas.



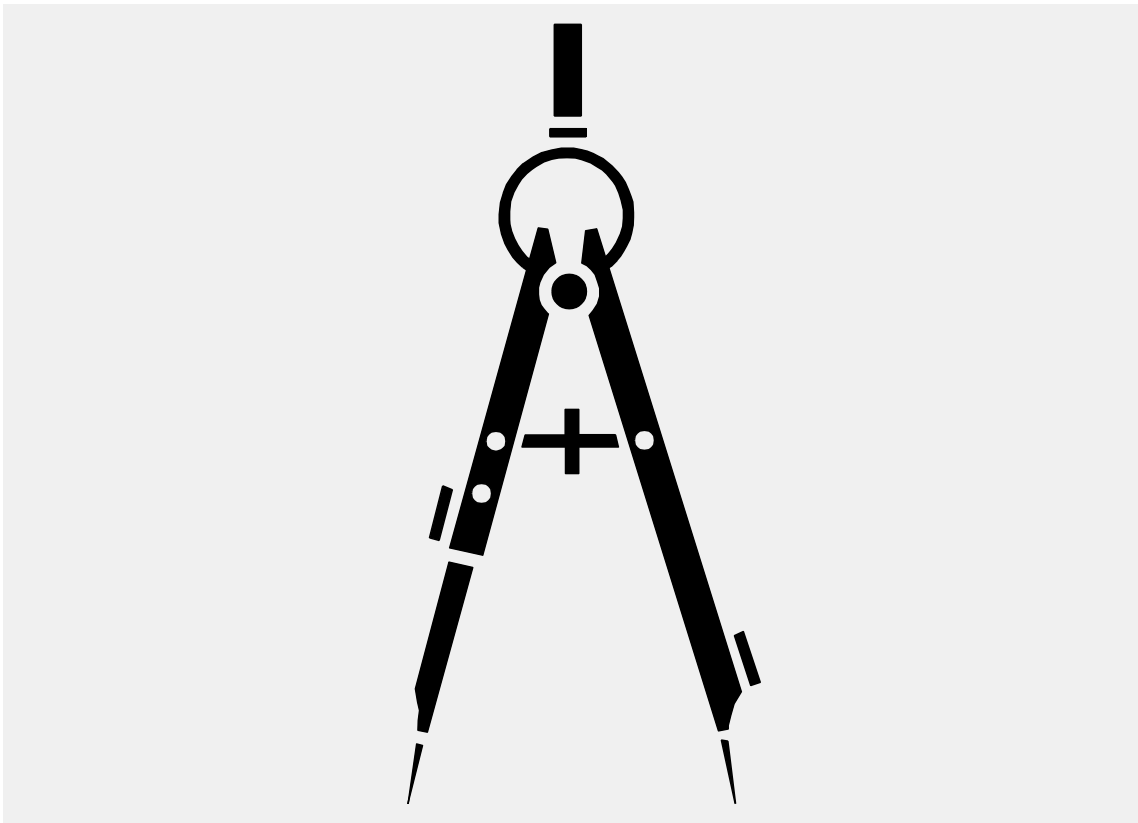
Figura 2 Presentación del planetario





# CAPITULO 2

## DISEÑO DEL PROYECTOR DE ESTRELLAS







## EL PROYECTOR DE ESTRELLAS

El proyector de estrellas es el dispositivo óptico-mecánico que permite reproducir puntos de luz sobre la superficie interior de la cúpula. Esta hace las funciones de bóveda celeste y los puntos de luz representan las estrellas

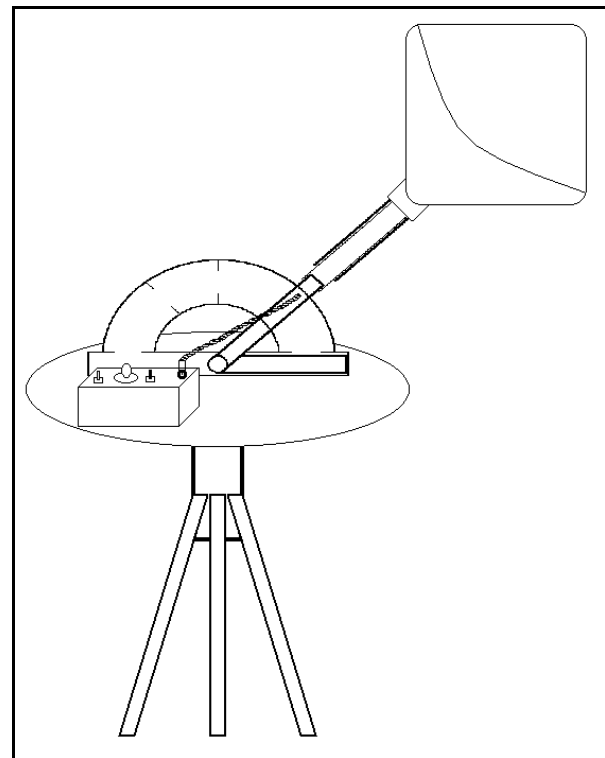
El esquema global del proyector de estrellas se representa en la [Figura 3](#) y para su estudio se considerarán las siguientes partes:

- \* Doble cono
- \* Mecanismo
- \* Sistema de iluminación
- \* Soporte

### DOBLE CONO

La parte más importante del proyector de estrellas es el doble cono, en cuyo interior se sitúa una bombilla miniatura. Los rayos de luz que parten de esta fuente atravesarán los orificios practicados en el doble cono y producirán los puntos de luz sobre la superficie de la cúpula.

El motivo de elegir este diseño es la mayor facilidad de construir un cono que una esfera, debido a que aquél posee un desarrollo plano, hecho que no sucede con la esfera. Es decir, a partir de una simple cartulina no se puede construir un proyector esférico, pero sí uno doble-cónico. Además, el desarrollo plano permitirá situar



**Figura 3** Esquema del proyector de estrellas



## DISEÑO DEL PROYECTOR DE ESTRELLAS

fácilmente los orificios que representarán las estrellas, si se define el sistema de coordenadas adecuado.

Evidentemente, el hecho de que sea necesario utilizar dos conos unidos por sus bases es debido a que cada uno de ellos se utilizará para representar un hemisferio celeste. De esta forma, los vértices de los conos representarán los polos celestes mientras que la línea de unión de sus bases representará el ecuador celeste.

El inconveniente de este diseño es que en la práctica se perderá una de las zonas polares (generalmente la correspondiente al Polo Sur), ya que a través de ella es necesario hacer pasar la parte de la estructura del proyector que sujeta el doble cono y que, a su vez, permite situar la bombilla miniatura en su centro. Este problema puede superarse construyendo dos dobles conos, cada uno de ellos perforado por uno de sus vértices, y utilizando uno u otro según se desee profundizar más en el estudio del hemisferio no perforado por el vértice.

## CÁLCULO DE LAS COORDENADAS ESTELARES SOBRE EL CONO

A partir de las coordenadas astronómicas de las estrellas, definidas anteriormente ([páginas 7 a 10](#)), se podrán obtener otras coordenadas sobre el desarrollo en el plano de un cono, a las que se les dará el nombre de "**coordenadas cónicas**". En lo que sigue, se considerará sólo el hemisferio Norte; el razonamiento para el hemisferio Sur es idéntico, transformando en positivos los valores negativos de la declinación.



Las coordenadas cónicas se definirán considerando un cono inscrito en un hemisferio, con base la del ecuador y vértice situado en el Polo (**Figura 4-A**).

Los elementos de referencia tomados en este sistema de coordenadas serán:

- \* Punto Aries (A)
- \* Polo Norte (P)

Según estos dos puntos se definen las siguientes coordenadas sobre el desarrollo de un cono (**Figura 4-B**):

**Ascensión recta cónica,  $\alpha_c$ :** ángulo que forma el meridiano del astro con el del punto Aries, sobre el desarrollo plano del cono.

**Declinación cónica,  $d_c$ :** distancia desde el Polo hasta el punto de proyección de la estrella sobre el cono.

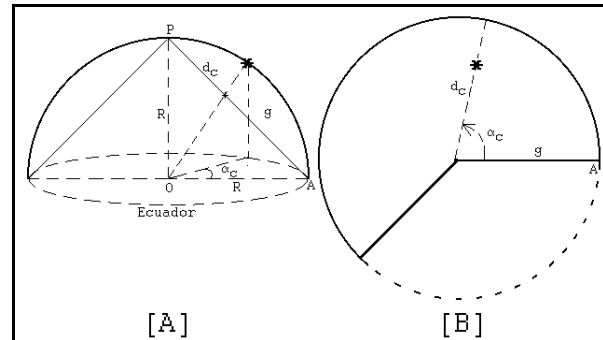
**Declinación cónica,  $d_c$ :** distancia desde el Polo hasta el punto de proyección de la estrella sobre el cono.

En estas condiciones, el perímetro del cono desarrollado es de  $2\pi R$ , mientras que, según el triángulo rectángulo **OPA** de la **Figura 4-A**:

$$g = \sqrt{2} R \tag{4}$$

con lo cual, la longitud de la circunferencia que contiene el cono desarrollado será de  $2\pi R\sqrt{2}$ .

El ángulo que distingue el cono desarrollado de la circunferencia en que está inscrito depende de la diferencia entre la altura y el radio del cono. Como se están considerando ambos valores iguales, hay un valor máximo que puede alcanzar la ascensión cónica,  $\alpha_c$ , que se calcularía a partir de la proporción:



**Figura 4** Definición de coordenadas cónicas. Representaciones: (a) Espacial (b) Plana



## DISEÑO DEL PROYECTOR DE ESTRELLAS

$$\frac{2\pi R}{[\alpha_c]_{m\acute{a}x}} = \frac{2\pi R \sqrt{2}}{360} \quad [5]$$

de donde:

$$[\alpha_c]_{m\acute{a}x} = \frac{360}{2\pi R \sqrt{2}} \cdot 2\pi R = \frac{360}{\sqrt{2}} = 180 \sqrt{2} = 254,56 \quad [6]$$

Es decir, la ascensión cónica se medirá de  $0^\circ$  a  $254,56^\circ$  en dirección Este.

Por su parte, y según muestra la [Figura 4](#), la declinación cónica se medirá de 0 a g (generatriz del cono), en unidades de longitud.

### **CALCULO DE LA ASCENSIÓN CÓNICA**

Haciendo un razonamiento análogo al realizado para obtener el máximo de la ascensión cónica, para un valor cualquiera de ésta se tiene que:

$$\frac{\alpha_c}{180 \sqrt{2}} = \frac{\alpha}{360} \quad [7]$$

de donde:

$$\alpha_c = \frac{\alpha}{360} \cdot 180 \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} \alpha \quad [8]$$



Es decir, la transformación de la ascensión recta en ascensión cónica se hará mediante la ecuación:

$$\alpha_c = \frac{1}{\sqrt{2}} \alpha \quad [9]$$

### CALCULO DE LA DECLINACIÓN CÓNICA

Según la construcción geométrica que se establezca, se pueden desarrollar dos métodos diferentes para obtener la declinación cónica a partir de su correspondiente coordenada astronómica. Aquí se expondrán ambos métodos, igualmente sencillos, el primero basado en la consideración de un triángulo oblicuángulo, y el segundo, basado en la construcción de triángulos rectángulos.

#### MÉTODO DEL TRIÁNGULO OBLICUÁNGULO

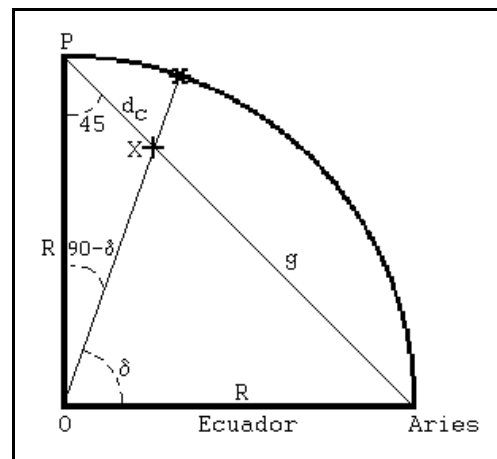
Considérese el triángulo oblicuángulo **OPX** de la [Figura 5](#):

Como la suma de los ángulos del triángulo ha de ser  $180^\circ$ , se tendrá:

$$\hat{X} = 180 - (\hat{O} + \hat{P}) \quad [10]$$

es decir:

$$\hat{X} = 180 - [(90 - \delta) + 45] = 45 + \delta \quad [11]$$



**Figura 5** Transformación de la declinación (I)



## DISEÑO DEL PROYECTOR DE ESTRELLAS

Con lo cual, aplicando el teorema de los senos<sup>(\*)</sup> al triángulo indicado quedará:

$$\frac{\text{sen}(90 - \delta)}{d_c} = \frac{\text{sen}(45 + \delta)}{R} \quad [12]$$

de donde:

$$d_c = \frac{\text{sen}(90 - \delta)}{\text{sen}(45 + \delta)} R \quad [13]$$

Si en esta ecuación se desarrollan los senos de las sumas de ángulos<sup>(\*\*)</sup> y se consideran los valores resultantes<sup>(\*)</sup> de éstos, se obtiene:

$$d_c = \frac{\cos \delta}{\frac{\sqrt{2}}{2} (\cos \delta + \text{sen } \delta)} R \quad [14]$$

y poniendo el radio en función de la generatriz (ecuación [\[4\]](#)):

$$d_c = \frac{\cos \delta}{\frac{\sqrt{2}}{2} (\cos \delta + \text{sen } \delta)} \frac{g}{\sqrt{2}} = \frac{\cos \delta}{\cos \delta + \text{sen } \delta} g \quad [15]$$

---

(\*) Ver Apéndice

(\*\*) Ver Apéndice



## DISEÑO DEL PROYECTOR DE ESTRELLAS

o, lo que es lo mismo:

$$d_c = g \left( \frac{1}{1 + \operatorname{tg} \delta} \right) \quad [16]$$

### METODO DE LOS TRIANGULOS RECTANGULOS

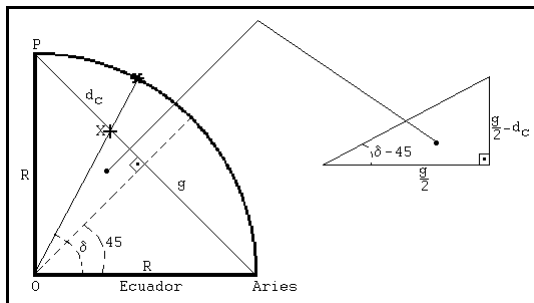
Considérese la [Figura 6](#), donde se ha trazado un radio auxiliar con un ángulo de  $45^\circ$  para formar el triángulo rectángulo indicado.

La resolución de este triángulo rectángulo permite obtener:

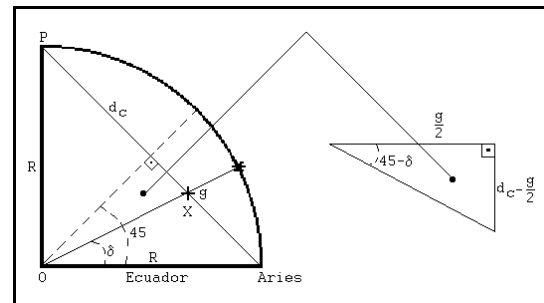
$$\operatorname{tg} (\delta - 45) = \frac{g/2 - d_c}{g/2} \quad [17]$$

de donde:

$$d_c = g \left[ \frac{1 - \operatorname{tg} (\delta - 45)}{2} \right] \quad [18]$$



**Figura 6** Transformación de la declinación (II)



**Figura 7** Transformación de la declinación (III)



## DISEÑO DEL PROYECTOR DE ESTRELLAS

Si se hubiese tomado una declinación inferior a  $45^\circ$ , según se muestra en la [Figura 7](#), la resolución del triángulo indicado daría:

$$\operatorname{tg} (45 - \delta) = \frac{d_c - g/2}{g/2} \quad [19]$$

de donde:

$$d_c = g \left[ \frac{1 + \operatorname{tg} (45 - \delta)}{2} \right] \quad [20]$$

Obsérvese que ambas expresiones, [\[19\]](#) y [\[20\]](#) son iguales, ya que:

$$\operatorname{tg} x = - \operatorname{tg} (- x) \quad [21]$$

Aplicando a cualquiera de ellas el desarrollo de la tangente de la diferencia de ángulos<sup>(\*)</sup> se obtendría:

$$d_c = \frac{g}{2} \left( 1 + \frac{1 - \operatorname{tg} \delta}{1 + \operatorname{tg} \delta} \right) = g \left( \frac{1}{1 + \operatorname{tg} \delta} \right) \quad [22]$$

teniendo en cuenta que  $\operatorname{tg} 45^\circ = 1$ .

De esta forma, la declinación cónica tiene la expresión:

---

(\*) Ver Apéndice



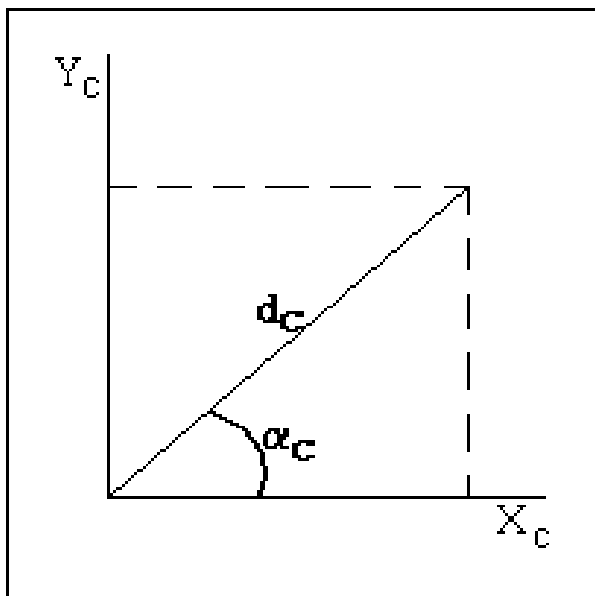
$$d_c = g \left( \frac{1}{1 + \operatorname{tg} \delta} \right) \quad [23]$$

idéntica a la obtenida por el método del triángulo oblicuángulo.

### COORDENADAS CONICAS EN REPRESENTACION RECTANGULAR

Las ecuaciones [9] y [23] definen un punto sobre la superficie plana del cono en representación polar (distancia y ángulo). Para facilitar su representación gráfica conviene definir el punto mediante dos distancias, es decir, utilizar la representación rectangular.

La transformación de un tipo de representación a otro es inmediata, si se considera la [Figura 8](#), siendo las nuevas coordenadas:



**Figura 8** Conversión polar - rectangular

$$\begin{aligned} X_c &= d_c \cos \alpha_c \\ Y_c &= d_c \operatorname{sen} \alpha_c \end{aligned} \quad [24]$$

## MECANISMO

El mecanismo del proyector de estrellas está constituido por aquellos elementos que permiten accionar el doble cono con el fin de simular la posición



## DISEÑO DEL PROYECTOR DE ESTRELLAS

y el movimiento de los astros sobre la cúpula (**Figura 9**).

La posición de los astros según la latitud geográfica del lugar se consigue con un compás, uno de cuyos brazos está fijado al soporte y el otro sostiene el doble cono en su extremo.

Dándole aperturas entre  $0^\circ$  y  $90^\circ$  se consigue la correspondiente coordenada de latitud terrestre. Su medida se realiza sobre un goniómetro o semicírculo graduado, fijado perpendicularmente al soporte de tal manera, que la marca de  $90^\circ$  coincida con el brazo móvil del compás en posición perpendicular al soporte.

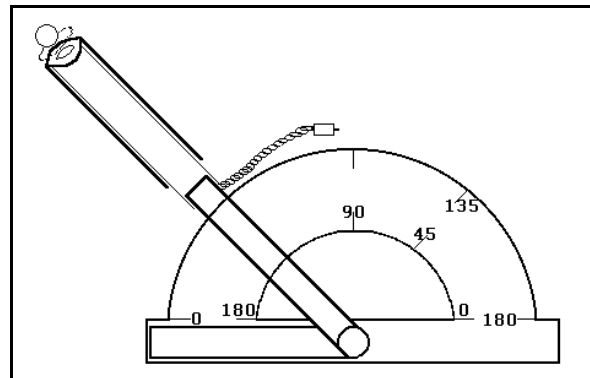
Para obtener las latitudes de cada uno de los hemisferios es necesario que el semicono correspondiente esté orientado hacia arriba.

Tanto el compás como el goniómetro se fijan al soporte con ayuda de las pletinas y los tornillos adecuados.

El brazo móvil del compás se ha reconstruido utilizando dos tubos concén-

tricos de plástico para lograr el giro del doble cono y así poder simular el movimiento diario de los astros. El tubo interior está fijo a la estructura del brazo y el tubo exterior lleva encastrado en su extremo libre un pequeño cojinete de bolas para facilitar el giro y dejar pasar el cable eléctrico que discurre por el tubo interior y que conecta el sistema de iluminación con el portabombillas situado en el exterior del cojinete.

El doble cono lleva pegado en el orificio hecho en uno de sus vértices una arandela de plástico, que ajusta perfectamente sobre el tubo exterior del brazo móvil del compás y que permite el deslizamiento sobre éste, de tal forma que la bombilla pueda ubicarse en el centro del doble cono.



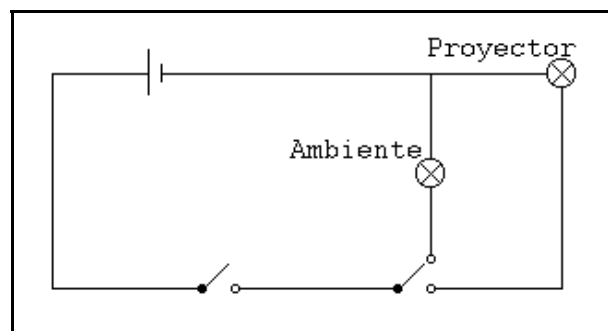
**Figura 9** Mecanismo del proyector de estrellas



## SISTEMA DE ILUMINACION

El sistema de iluminación del proyector está formado por una pila de petaca de 4,5 V, un interruptor, un conmutador (ambos de pequeño tamaño), la bombilla de proyección y una bombilla de ambiente, según el esquema mostrado en la [Figura 10](#).

El resto de los elementos del sistema de iluminación están en una caja de plástico, fijada al soporte con los correspondientes tornillos. El interruptor, el conmutador y la bombilla de ambiente están instalados en el exterior de la tapa, mientras que la pila y todas las conexiones se encuentran en el interior. La conexión con la bombilla de proyección se efectúa asimismo en la tapa, mediante un enchufe coaxial.



**Figura 10** Sistema de iluminación del proyector

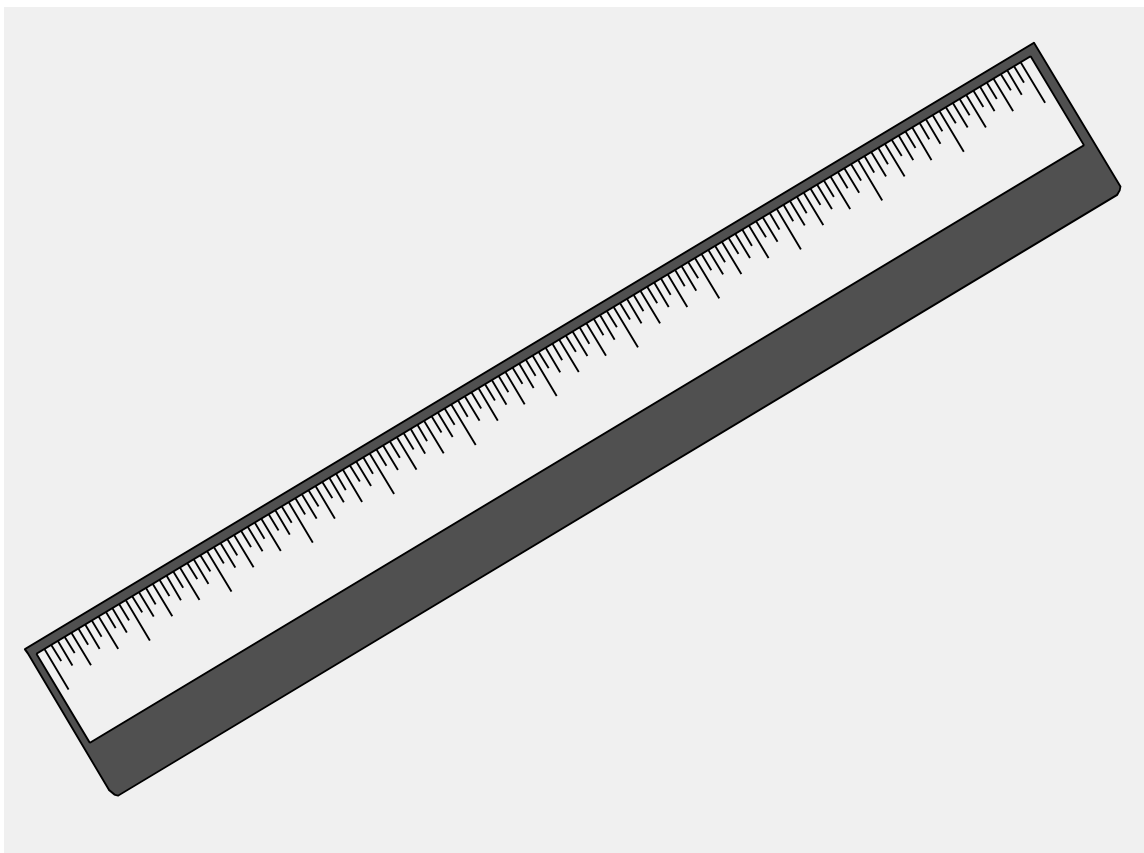
## SOPORTE

El soporte del proyector lo forman dos elementos: una tabla circular y un trípode. En el centro de la tabla se ha fijado una tuerca, que permite acoplarla al trípode. Asimismo se han practicado en la tabla los orificios adecuados para sujetar el resto de los elementos del proyector. El trípode es un modelo comercial, de los utilizados para sostener una cámara fotográfica.

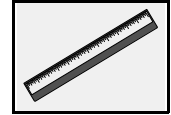


# **CAPITULO 3**

## **DISEÑO DE LA CÚPULA**







## LA CÚPULA

La cúpula es una bóveda en forma de media esfera u otra aproximada que sirve de pantalla para proyectar los puntos de luz, que simulan las estrellas. Para desarrollar su diseño se ha dividido su estudio en dos partes:

- \* Estructura
- \* Cubierta

## ESTRUCTURA

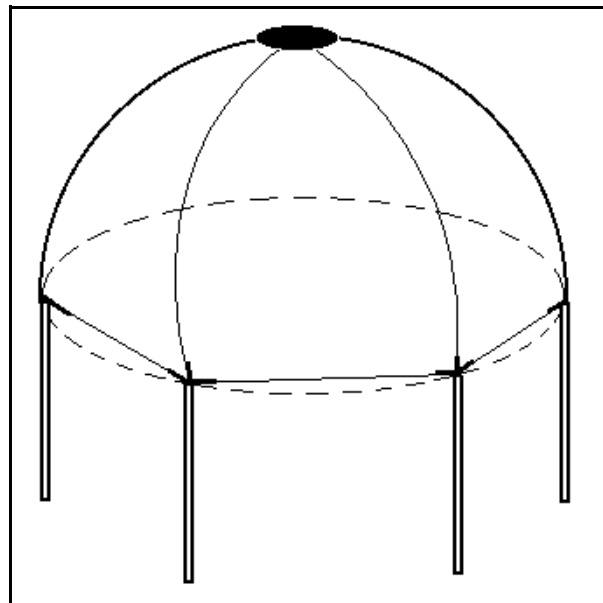
La estructura de la cúpula es un armazón que permite sujetar adecuadamente la cubierta. Para lograr que sea desmontable en piezas rectas y facilitar el diseño de la cubierta es conveniente reducir su forma esférica a otra aproximada, basada en un polígono ecuatorial que soporta unos arcos que confluyen en el Polo. El conjunto así formado se levanta del suelo por medio de unas patas rectas en las que se apoyan cada uno de los vértices del polígono ecuatorial ([Figura 11](#)).

El diseño del armazón se concreta en los siguientes puntos:

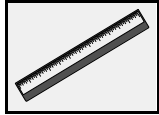
- \* Polígono ecuatorial
- \* Arcos
- \* Uniones

### POLÍGONO ECUATORIAL

La forma poligonal del ecuador de la cúpula permite aproximar el círculo a



**Figura 11** Esquema de la estructura de la cúpula



## DISEÑO DE LA CÚPULA

un cierto número de segmentos, los lados de un polígono. Evidentemente, cuanto mayor sea el número de lados del polígono, más se aproximará su perímetro a una circunferencia y la estructura global a una semiesfera, pero se necesitará un mayor número de uniones y de arcos semicirculares.

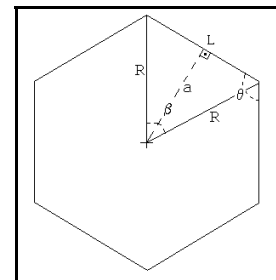
Los parámetros del polígono ecuatorial se pueden obtener fácilmente a partir de consideraciones geométricas sobre la [Figura 12](#). Los datos de diseño son el número de lados del polígono,  $n$ , y uno de los siguientes datos: la longitud del lado,  $L$ , o el radio de la cúpula,  $R$ .

Como se puede ver en la [Figura 12](#), el ángulo  $\beta$ , que corresponderá al ángulo que formarían dos arcos semicirculares en el Polo, vendrá dado por:

Resolviendo el triángulo rectángulo indicado, se podrá obtener:

$$\beta = \frac{360}{n}$$

[25]

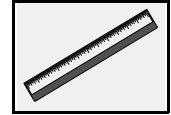


**Figura 12** Diseño del polígono ecuatorial

$$R = \frac{l}{2} \frac{1}{\text{sen } \frac{\beta}{2}} = \frac{l}{2} \frac{1}{\text{sen } \frac{180}{n}} \quad [26]$$

o bien:

$$L = 2 R \text{sen } \frac{\beta}{2} = 2 R \text{sen } \frac{180}{n} \quad [27]$$



Por otro lado, el valor de los ángulos del polígono puede calcularse considerando la suma de los ángulos del triángulo rectángulo anterior, es decir:

$$\frac{\beta}{2} + \frac{\theta}{2} + 90 = 180 \quad [28]$$

de donde:

$$\theta = 180 - \beta \quad [29]$$

o bien, en función del número de lados (ecuación [25]):

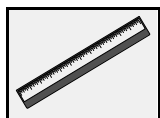
$$\theta = 180 - \frac{360}{n} = \frac{180(n - 2)}{n} \quad [30]$$

## ARCOS

Los arcos que permiten conformar la bóveda tendrán una longitud, **A**, igual a la cuarta parte de la longitud de un círculo máximo, es decir:

$$A = \frac{\pi R}{2} \quad [31]$$

y su número será igual al de lados (o vértices) del polígono, **n**.



## DISEÑO DE LA CÚPULA

### UNIONES

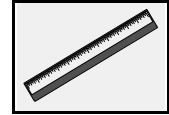
Las uniones permiten acoplar todos los elementos de la estructura que lo requieren. Para unir los arcos entre sí se necesita un sistema de unión circular, cuyos elementos habrán de estar separados un ángulo igual al dado por la ecuación [\[25\]](#).

Por su parte, para unir entre sí los arcos, los lados del polígono y las patas de la estructura, se necesita un sistema de unión de cuatro elementos, formando cada uno de los vértices del polígono ecuatorial. Los dos elementos que conforman dicho vértice han de estar en un plano y formando entre ellos un ángulo igual al dado por la ecuación [\[30\]](#). Los otros dos elementos de que consta esta unión, y que permitirán el engarce de los arcos y las patas de la estructura, estarán en un plano perpendicular al primero y formarán entre sí un ángulo de  $180^\circ$ , aunque en la práctica conviene inclinar unos pocos grados hacia el centro el elemento de unión de los arcos, para facilitar su montaje.

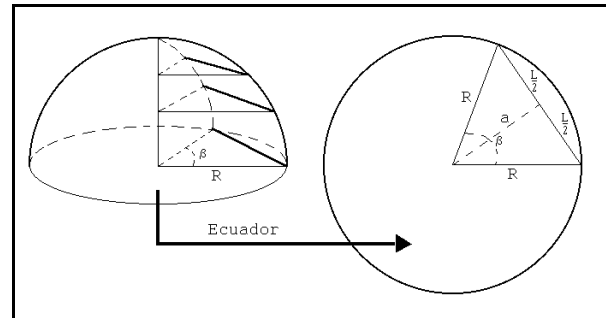
### CUBIERTA

La cubierta es el elemento de la cúpula que, sujeta exteriormente por la estructura, hace las veces de pantalla de proyección.

Tal como se ha diseñado la estructura, considerando el ecuador como un polígono, la cubierta no resultará perfectamente esférica; sin embargo, la aproximación poligonal permite diseñar una cubierta por sectores triangulares planos, lo que facilita considerablemente su construcción. La base de cada uno de estos sectores triangulares es un lado del polígono ecuatorial. Obsérvese que estos sectores no son de forma estricta lo que habitualmente se entiende como triángulos, ya que dos de sus lados son curvos (ver [Figura 15](#)).



Para obtener los parámetros de diseño de un sector triangular se considerará que su superficie está formada por la unión de los lados de infinitos polígonos paralelos, situados entre el Ecuador y el Polo. En la [Figura 13](#) se detalla sólo uno de los lados de estos polígonos, de cuyo análisis se puede deducir lo siguiente:



**Figura 13** Desarrollo de un sector triangular

- \* La longitud el lado varía con la altura  $a$  a la que se encuentra el polígono respecto al Ecuador. Su valor máximo será la longitud el lado del polígono ecuatorial,  $L$ , y su valor mínimo será cero, en el Polo.

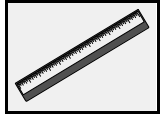
- \* La longitud del segmento que une el centro de la cúpula con el centro del lado del polígono asimismo varía con la altura  $a$  a la que se encuentra éste. Su valor mínimo será la apotema del polígono ecuatorial (perpendicular trazada desde su centro a la mitad del lado),  $a$ , y su valor máximo será el radio de la esfera,  $R$ .

Este razonamiento permite concluir que los lados de los infinitos polígonos forman parte de la superficie lateral de un cilindro de base elíptica, siendo los ejes de la elipse,  $2R$  y  $2a$ , según muestra la [Figura 14](#).

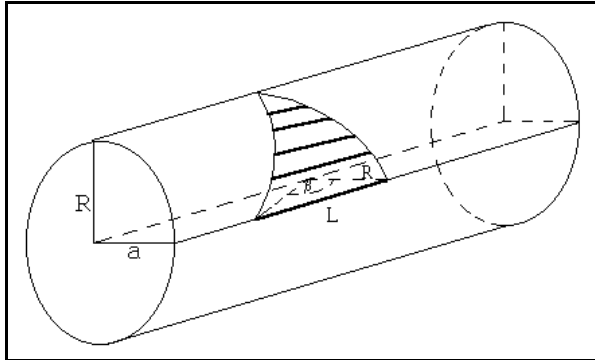
El desarrollo plano de la superficie lateral de este cilindro producirá un triángulo de lados curvos ([Figura 15](#)), cuya magnitud se desea calcular en función del radio de la esfera y del número de lados del polígono.

Para ello se definen dos coordenadas:

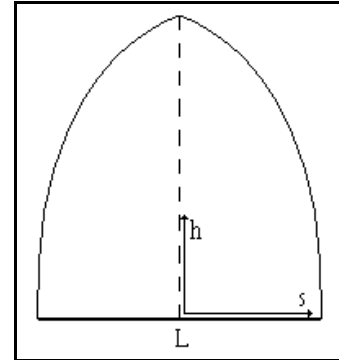
- \* Distancia al eje central del triángulo,  $s$
- \* Distancia a la base del triángulo,  $h$



## DISEÑO DE LA CÚPULA



**Figura 14** Desarrollo cilíndrico del sector triangular



**Figura 15** Desarrollo plano del sector triangular

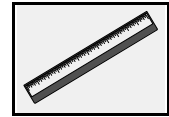
Ambas coordenadas serán función de la posición del polígono que genera el triángulo de lados curvos, posición que se expresará como un ángulo,  $\lambda$ , que varía de  $0^\circ$  (Ecuador) a  $90^\circ$  (Polo) y que se denominará "**latitud del polígono**".

Tal como están definidas las coordenadas, variando la latitud del polígono entre  $0^\circ$  y  $90^\circ$ , se obtiene medio triángulo de lados curvos. Evidentemente, la otra mitad será la imagen especular de la obtenida.

## CÁLCULO DEL SEMILADO

Considérese la construcción de la [Figura 16](#), donde se detalla una parte del polígono que se encuentra a una latitud  $\lambda$ , siendo  $r$  el radio del círculo que lo contiene. La resolución del triángulo rectángulo formado por el semilado, la apotema y el radio del círculo lleva a:

$$s = r \operatorname{sen} \frac{\beta}{2} \quad [32]$$



mientras que la resolución del triángulo rectángulo formado por el radio de la esfera, el radio del círculo que contiene al polígono y la altura de éste sobre el Ecuador permite obtener:

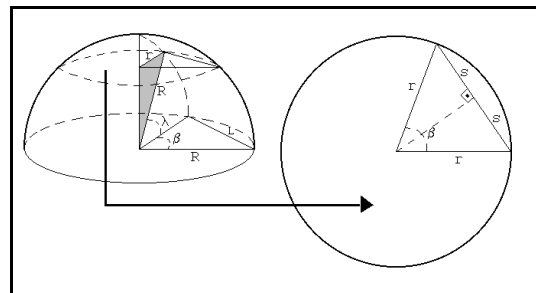
$$r = R \cos \lambda \quad [33]$$

De ambas ecuaciones se deduce que:

$$s = R \operatorname{sen} \frac{\beta}{2} \cos \lambda \quad [34]$$

Teniendo en cuenta la ecuación [25], que relaciona el ángulo interno del polígono con el número de lados de éste, quedaría, en definitiva:

$$s = R \operatorname{sen} \frac{180}{n} \cos \lambda \quad [35]$$



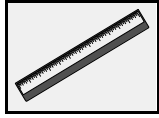
**Figura 16** Construcción para el cálculo del semilado

es decir, se obtiene la ecuación que permite calcular la longitud del semilado en función de los parámetros de diseño,  $R$  y  $n$ , y de la variable auxiliar,  $\lambda$ .

Obsérvese que si:

$$\lambda = 0^\circ$$

$$s = R \operatorname{sen} \frac{180}{n} = \frac{L}{2} \quad [36]$$



donde se obtiene el valor máximo del semilado, considerando la ecuación [27] y, por otro lado, si:

$$\begin{aligned} \lambda &= 90^\circ \\ s &= 0 \end{aligned} \quad [37]$$

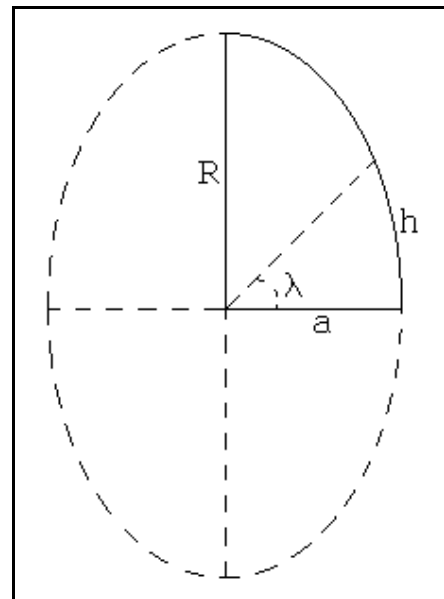
que representa el valor mínimo del semilado, obtenido en el Polo.

### CÁLCULO DE LA ALTURA

Ya se ha indicado que la coordenada de altura,  $h$ , recorre una elipse sobre la superficie lateral de un cilindro al variar la latitud del polígono,  $\lambda$ , lo que puede esquematizarse en la [Figura 17](#).

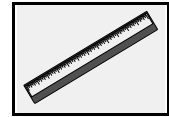
Como es sabido, una elipse es un círculo "deformado", midiéndose esta "deformación" mediante un parámetro denominado "**excentricidad de la elipse**",  $e$ , definido como:

$$e = \sqrt{1 - \left(\frac{a}{R}\right)^2} \quad [38]$$



**Figura 17** Construcción para el cálculo de la altura

Obsérvese que si ambos ejes son iguales, la excentricidad es cero y se trata de un círculo. Esto significa que si se trabaja con elipses de baja excentricidad, se puede aproximar su estudio al del círculo. De esta



forma, y dado que la longitud del perímetro de la elipse es de muy difícil cálculo, se suele dar ésta para bajas excentricidades mediante la ecuación:

$$E = 2 \pi \left( \frac{R + a}{2} \right) = \pi (R + a) \quad [39]$$

es decir, se aplica la ecuación de la longitud de una circunferencia utilizando como radio de la misma el valor medio de las longitudes de los semiejes de la elipse.

En estas condiciones, la longitud del arco elíptico, o lo que es lo mismo, la altura del triángulo de lados curvos, se puede expresar en función de la latitud del polígono como:

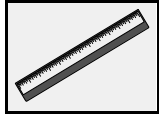
$$h = 2 \pi \left( \frac{R + a}{2} \right) \frac{\lambda}{360} = \frac{\pi (R + a)}{360} \lambda \quad [40]$$

Si se tiene en cuenta la [Figura 12](#), se puede calcular el semieje menor de la elipse (apotema del polígono ecuatorial) como:

$$a = R \cos \frac{\beta}{2} \quad [41]$$

y si se relaciona  $\beta$  con el número de lados según la ecuación [\[25\]](#), se tendrá:

$$a = R \cos \frac{180}{n} \quad [42]$$



## DISEÑO DE LA CÚPULA

con lo cual la excentricidad puede expresarse de la forma:

$$e = \operatorname{sen} \frac{180}{n} \quad [43]$$

y la altura del triángulo:

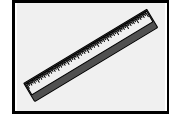
$$h = \frac{\pi R \left( 1 + \cos \frac{180}{n} \right)}{360} \lambda \quad [44]$$

Ecuación que permite calcular la altura en función de los parámetros de diseño,  $R$  y  $n$ , y de la variable auxiliar  $\lambda$ .

### **PRECISIÓN EN EL CÁLCULO DE LA ALTURA**

Como es obvio, la ecuación [44] no es exacta, al haberse obtenido a partir de condiciones aproximadas. Será preciso, pues, obtener la precisión de dicha ecuación, para poder tenerla presente en el diseño de la cubierta.

Teniendo en cuenta que la aproximación realizada ha consistido en sustituir la elipse por un círculo de radio igual a la media aritmética de sus semiejes, el error máximo que se cometería en el cálculo de la altura sería el de calcular los respectivos arcos circulares tomando uno u otro semiejes como radios, es decir, el error se podría definir como:



$$error = \frac{\frac{R + a}{2} - a}{\frac{R + a}{2}} = \frac{R - a}{R + a} \quad [45]$$

o bien:

$$error = \frac{\frac{R + a}{2} - R}{\frac{R + a}{2}} = - \frac{R - a}{R + a} \quad [46]$$

ecuaciones que, como se puede observar, son idénticas en valor absoluto, al tomarse como referencia el valor medio aritmético.

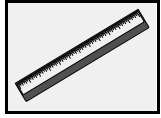
Si en cualquiera de las dos ecuaciones, [45] y [46] se sustituye la expresión [42], se obtiene:

$$error = \pm \frac{1 - \cos \frac{180}{n}}{1 + \cos \frac{180}{n}} \quad [47]$$

y teniendo en cuenta la tangente del ángulo mitad<sup>(\*)</sup>:

---

<sup>(\*)</sup> Ver Apéndice

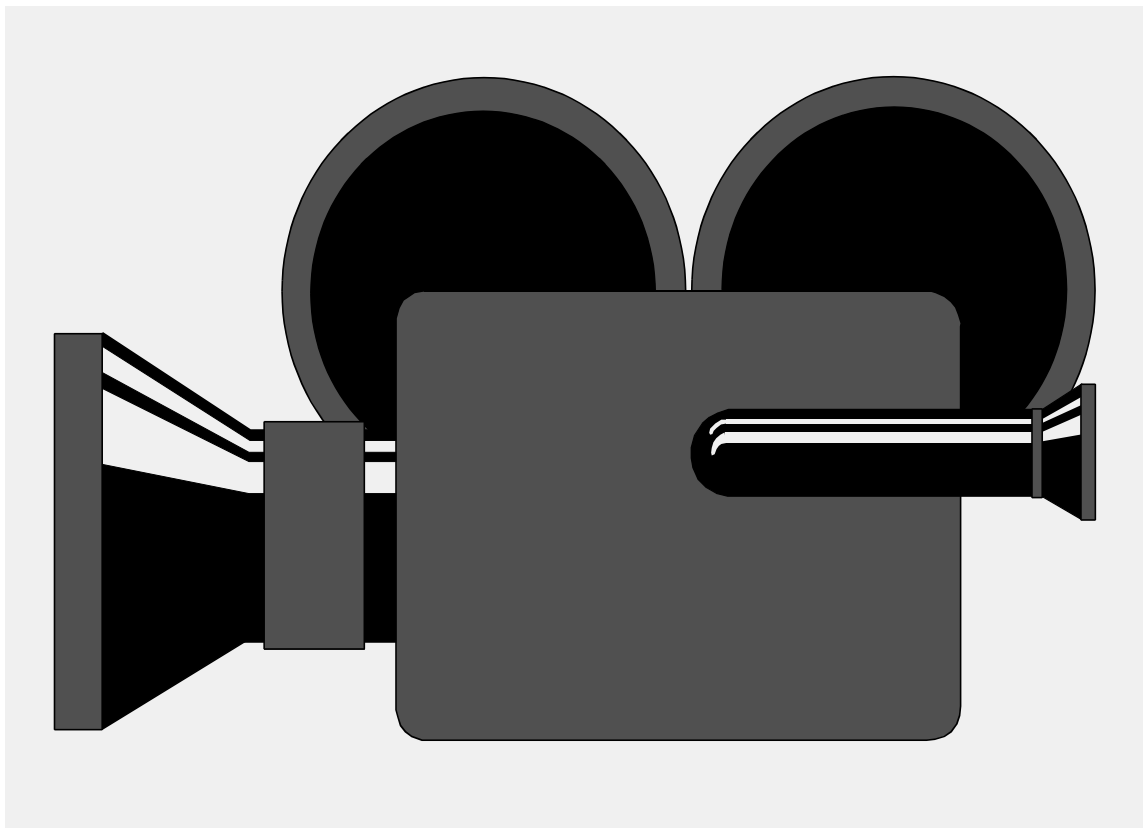


## DISEÑO DE LA CÚPULA

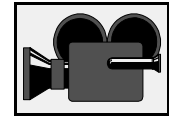
$$error = \pm tg^2 \left( \frac{90}{n} \right) \quad [48]$$

Expresión que permite calcular el error máximo que se podría cometer en el cálculo de la altura. Al aumentar el número de lados, la cúpula se aproximará más a una semiesfera, la apotema del polígono ecuatorial (semieje de la elipse, **a**) se aproximará más al radio de la esfera, **R**, y con ello disminuirá la excentricidad y, por tanto, el error cometido en la aproximación.

**CAPITULO 4**  
**CONSTRUCCIÓN DEL PROYECTOR DE**  
**ESTRELLAS**







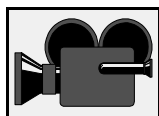
## OBTENCIÓN DE LA PLANTILLA DE ESTRELLAS

El cálculo de las coordenadas cónicas en representación rectangular para obtener la plantilla de estrellas para el proyector, se lleva a cabo mediante la ecuación [24], donde  $d_c$  viene dada por la ecuación [23] y  $\alpha_c$  por la ecuación [9]. Obsérvese que para llevar a cabo estos cálculos se necesitan como datos, el tamaño de la generatriz del cono y las coordenadas astronómicas de las estrellas.

Respecto a la generatriz del cono, cuanto menor sea ésta, menor será la distancia de la fuente luminosa a los orificios, con lo cual, la imagen de éstos sobre la pantalla será mayor. Si el cono es muy grande, será difícil su manipulación y, al tener gran superficie, sus paredes internas absorberán gran parte de la luz, siendo la intensidad de los rayos emergentes muy baja. Tomando en cuenta estas consideraciones, así como el diámetro de los orificios y de la cúpula, se decidió construir los conos con una generatriz de 15 cm, lo que permitía conformar un proyector de estrellas manejable y que daba puntos de luz muy aceptables, si bien bajo total oscuridad ambiente.

Las coordenadas estelares se obtienen de diferentes fuentes. La principal, en soporte magnético, se extrajo del programa en lenguaje BASIC "Starfinder On Display", que contiene una relación de las coordenadas de 244 estrellas, aquéllas de magnitud más brillante que 3,5. Sin embargo, esta relación no permitía obtener los asterismos completos de las constelaciones más conocidas, ya que éstos contienen a veces estrellas menos brillantes. Por otra parte, dicha relación contiene algunos datos de estrellas que, si bien son brillantes, pertenecen a constelaciones normalmente poco importantes y otras que, siendo de constelaciones conocidas, no forman parte de su asterismo normal.

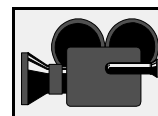
Por ello se reformó la lista inicial quitando de ella 28 estrellas y añadiendo otras 76, obtenidas del "Sky Catalog 2000.0". De esta forma, se planteó el cálculo del



## CONSTRUCCIÓN DEL PROYECTOR DE ESTRELLAS

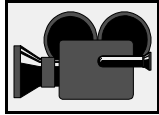
proyector de estrellas con un total de 292 estrellas, 151 del hemisferio Norte y 141 del hemisferio Sur. La relación de los datos manejados, incluida su procedencia, se muestra en la siguiente **Tabla**.

DATOS DE ESTRELLAS UTILIZADOS PARA EL PROYECTOR							
	CON	ESTRELLA (NOMBRE CIENTIFICO)	MAGNITUD APARENTE	ASCENSION RECTA		DECLINACION	
	IAU			(h)	(min)	(°)	(')
<b>NORTE</b>							
*	AND	Alpha Andromedae	2.06	0	8.4	29	5
*	AND	Beta Andromedae	2.06	1	9.8	35	37
*	AND	Delta Andromedae	3.27	0	39.3	30	52
*	AND	Gamma Andromedae	2.18	2	3.9	42	20
+	AQR	Pi Aquarii	4.66	22	25.2	1	23
*	AQL	Alpha Aquilae	0.77	19	50.7	8	52
+	AQL	Beta Aquilae	3.71	19	55.3	6	24
*	AQL	Delta Aquilae	3.36	19	25.5	3	7
*	AQL	Gamma Aquilae	2.72	19	46.3	10	37
+	ARI	41 Arietis	3.63	2	50.0	27	16
*	ARI	Alpha Arietis	2.00	2	7.2	23	28
*	ARI	Beta Arietis	2.64	1	54.6	20	48
+	ARI	Gamma Arietis	4.59	1	53.5	19	18
*	AUR	Alpha Aurigae	0.08	5	16.7	46	0
*	AUR	Beta Aurigae	1.90	5	59.5	44	57
*	AUR	Eta Aurigae	3.17	5	6.5	41	14
*	AUR	Iota Aurigae	2.69	4	57.0	33	10
*	AUR	Theta Aurigae	2.62	5	59.7	37	13
*	BOO	Alpha Bootis	-0.04	14	15.6	19	11



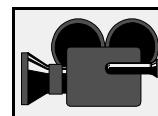
CONSTRUCCIÓN DEL PROYECTOR DE ESTRELLAS

DATOS DE ESTRELLAS UTILIZADOS PARA EL PROYECTOR							
	CON	ESTRELLA (NOMBRE CIENTIFICO)	MAGNITUD APARENTE	ASCENSION RECTA		DECLINACION	
	IAU			(h)	(min)	(°)	(')
*	BOO	Beta Bootis	3.50	15	1.9	40	23
*	BOO	Delta Bootis	3.47	15	15.5	33	19
*	BOO	Epsilon Bootis	2.37	14	45.0	27	4
*	BOO	Eta Bootis	2.68	13	54.7	18	24
*	BOO	Gamma Bootis	3.03	14	32.1	38	19
*	CMI	Alpha Canis Minoris	0.38	7	39.3	5	13
+	CMI	Beta Canis Minoris	2.90	7	27.1	8	17
*	CAS	Alpha Cassiopeiae	2.23	0	40.5	56	32
*	CAS	Beta Cassiopeiae	2.27	0	9.2	59	9
*	CAS	Delta Cassiopeiae	2.68	1	25.8	60	14
*	CAS	Epsilon Cassiopeiae	3.38	1	54.4	63	40
*	CAS	Gamma Cassiopeiae	2.47	0	56.7	60	43
*	CAS	Kappa Cassiopeiae	4.16	0	33.0	62	56
*	CEP	Alpha Cephei	2.44	21	18.6	62	35
*	CEP	Beta Cephei	3.23	21	28.7	70	34
*	CEP	Eta Cephei	3.43	20	45.3	61	50
*	CEP	Gamma Cephei	3.21	23	39.3	77	38
*	CEP	Zeta Cephei	3.35	22	10.9	58	12
*	CET	Alpha Ceti	2.53	3	2.3	4	5
+	CET	Delta Ceti	4.07	2	39.5	0	20
*	CET	Gamma Ceti	3.47	2	43.3	3	14
+	CET	Lambda Ceti	4.70	2	59.8	8	54
+	CET	Mu Ceti	4.27	2	45.0	10	7
*	CRB	Alpha Coronae Borealis	2.23	15	34.7	26	43
+	CRB	Beta Coronae Borealis	3.68	15	27.9	29	6



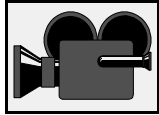
## CONSTRUCCIÓN DEL PROYECTOR DE ESTRELLAS

DATOS DE ESTRELLAS UTILIZADOS PARA EL PROYECTOR							
	CON	ESTRELLA (NOMBRE CIENTIFICO)	MAGNITUD APARENTE	ASCENSION RECTA		DECLINACION	
	IAU			(h)	(min)	(°)	(')
+	CRB	Gamma Coroneae Borealis	3.84	15	42.8	26	18
+	CRB	Theta Coroneae Borealis	4.14	15	32.9	31	21
*	CYG	Alpha Cygni	1.25	20	41.4	45	17
*	CYG	Beta Cygni	3.08	19	30.7	27	58
*	CYG	Delta Cygni	2.87	19	45.0	45	8
*	CYG	Epsilon Cygni	2.46	20	46.2	33	58
*	CYG	Gamma Cygni	2.20	20	22.2	40	15
+	DEL	Alpha Delphini	3.77	20	39.7	15	55
+	DEL	Beta Delphini	3.54	20	37.5	14	36
+	DEL	Delta Delphini	4.43	20	43.5	15	4
+	DEL	Epsilon Delphini	4.03	20	33.2	11	18
+	DEL	Gamma Delphini	4.27	20	46.7	16	7
*	DRA	Beta Draconis	2.79	17	30.4	52	18
*	DRA	Delta Draconis	3.07	19	12.6	67	40
*	DRA	Eta Draconis	2.74	16	24.0	61	31
*	DRA	Gamma Draconis	2.23	17	56.6	51	29
*	DRA	Iota Draconis	3.29	15	24.9	58	58
+	DRA	Nu Draconis	4.87	17	32.3	55	10
+	DRA	Xy Draconis	3.75	17	53.5	56	52
*	DRA	Zeta Draconis	3.17	17	8.8	65	43
*	GEM	Alpha Geminorum	1.58	7	34.6	31	53
*	GEM	Beta Geminorum	1.14	7	45.3	28	2
+	GEM	Delta Geminorum	3.53	7	20.2	21	59
*	GEM	Eta Geminorum	3.28	6	14.9	22	30
*	GEM	Gamma Geminorum	1.93	6	37.7	16	24



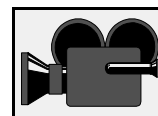
CONSTRUCCIÓN DEL PROYECTOR DE ESTRELLAS

DATOS DE ESTRELLAS UTILIZADOS PARA EL PROYECTOR							
	CON	ESTRELLA (NOMBRE CIENTIFICO)	MAGNITUD APARENTE	ASCENSION RECTA		DECLINACION	
	IAU			(h)	(min)	(°)	(')
+	GEM	Iota Geminorum	3.79	7	25.8	27	48
+	GEM	Kappa Geminorum	3.57	7	44.5	24	24
+	GEM	Lambda Geminorum	3.58	7	18.1	16	32
+	GEM	Nu Geminorum	4.15	6	29.0	20	13
+	GEM	Tau Geminorum	4.41	7	11.2	30	15
+	GEM	Theta Geminorum	3.60	6	52.9	33	58
*	GEM	Xi Geminorum	3.36	6	45.3	12	54
*	HER	Alpha Herculis	3.19	17	14.6	14	23
*	HER	Beta Herculis	2.77	16	30.2	21	29
*	HER	Delta Herculis	3.14	17	15.0	24	50
+	HER	Epsilon Herculis	3.92	17	0.4	30	56
*	HER	Eta Herculis	3.53	16	42.9	38	55
*	HER	Mu Herculis	3.42	17	46.5	27	43
*	HER	Pi Herculis	3.16	17	15.0	36	49
*	HER	Zeta Herculis	2.81	16	41.3	31	36
*	HYA	Epsilon Hydrae	3.38	8	46.8	6	25
*	LEO	Alpha Leonis	1.35	10	8.4	11	58
*	LEO	Beta Leonis	2.14	11	49.0	14	34
*	LEO	Delta Leonis	2.56	11	14.1	20	31
+	LEO	Epsilon Leonis	2.98	9	45.9	23	46
+	LEO	Eta Leonis	3.52	10	7.4	16	46
*	LEO	Gamma Leonis	2.28	10	20.0	19	51
+	LEO	Kappa Leonis	4.46	9	24.7	26	11
+	LEO	Lambda Leonis	4.31	9	31.8	22	58
+	LEO	Omicron Leonis	3.52	9	41.2	9	54



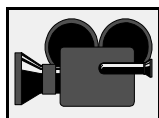
## CONSTRUCCIÓN DEL PROYECTOR DE ESTRELLAS

DATOS DE ESTRELLAS UTILIZADOS PARA EL PROYECTOR							
	CON	ESTRELLA (NOMBRE CIENTIFICO)	MAGNITUD APARENTE	ASCENSION RECTA		DECLINACION	
	IAU			(h)	(min)	(°)	(')
+	LEO	Rho Leonis	3.85	10	32.8	9	18
*	LEO	Theta Leonis	3.34	11	14.2	15	26
*	LEO	Zeta Leonis	3.44	10	16.7	23	25
*	LYR	Alpha Lyrae	0.03	18	37.0	38	47
*	LYR	Beta Lyrae	3.45	18	50.1	33	22
+	LYR	Delta Lyrae	4.30	18	54.5	36	54
+	LYR	Epsilon Lyrae	4.67	18	44.4	39	40
*	LYR	Gamma Lyrae	3.24	18	58.9	32	41
+	LYR	Theta Lyrae	4.36	18	44.8	37	36
*	OPH	Alpha Ophiuchi	2.08	17	35.0	12	34
*	OPH	Beta Ophiuchi	2.77	17	43.5	4	34
*	OPH	Kappa Ophiuchi	3.20	16	57.7	9	23
*	ORI	Alpha Orionis	0.50	5	55.2	7	24
*	ORI	Gamma Orionis	1.64	5	25.1	6	21
*	ORI	Lambda Orionis	3.39	5	35.1	9	56
*	ORI	Pi Orionis	3.19	4	49.8	6	58
*	PEG	Alpha Pegasi	2.49	23	2.8	15	12
*	PEG	Beta Pegasi	2.42	23	3.8	28	5
*	PEG	Epsilon Pegasi	2.38	21	44.2	9	53
*	PEG	Gamma Pegasi	2.83	0	13.2	15	11
*	PER	Alpha Persei	1.80	3	24.3	49	52
*	PER	Beta Persei	2.12	3	8.2	40	57
*	PER	Delta Persei	3.01	3	42.9	47	47
+	PER	Gamma Persei	2.93	3	4.8	53	30
+	PER	Nu Persei	3.77	3	45.2	42	35



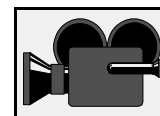
CONSTRUCCIÓN DEL PROYECTOR DE ESTRELLAS

DATOS DE ESTRELLAS UTILIZADOS PARA EL PROYECTOR							
	CON	ESTRELLA (NOMBRE CIENTIFICO)	MAGNITUD APARENTE	ASCENSION RECTA		DECLINACION	
	IAU			(h)	(min)	(°)	(')
*	PER	Rho Persei	3.39	3	5.2	38	50
*	PER	Zeta Persei	2.85	3	54.1	31	53
+	SGE	Alpha Sagittae	4.37	19	40.1	18	1
+	SGE	Beta Sagittae	4.37	19	41.0	17	29
+	SGE	Delta Sagittae	3.82	19	47.4	18	32
+	SGE	Gamma Sagittae	3.47	19	58.8	19	30
*	TAU	Alpha Tauri	0.86	4	36.0	16	31
*	TAU	Beta Tauri	1.65	5	26.3	28	36
*	TAU	Epsilon Tauri	3.54	4	28.6	19	11
+	TAU	Gamma Tauri	3.63	4	19.8	15	38
*	TAU	Theta Tauri	3.42	4	28.7	15	52
*	TAU	Zeta Tauri	3.00	5	37.6	21	9
*	UMA	Alpha Ursae Majoris	1.79	11	3.7	61	45
*	UMA	Beta Ursae Majoris	2.37	11	1.8	56	23
*	UMA	Delta Ursae Majoris	3.31	12	15.4	57	1
*	UMA	Epsilon Ursae Majoris	1.77	12	54.0	55	58
*	UMA	Eta Ursae Majoris	1.86	13	47.5	49	19
*	UMA	Gamma Ursae Majoris	2.44	11	53.8	53	42
*	UMA	Iota Ursae Majoris	3.14	8	59.2	48	2
*	UMA	Mu Ursae Majoris	3.05	10	22.3	41	30
*	UMA	Omicron Ursae Majoris	3.36	8	30.3	60	43
*	UMA	Theta Ursae Majoris	3.17	9	32.9	51	41
*	UMA	Zeta Ursae Majoris	2.27	13	23.9	54	55
*	UMI	Alpha Ursae Minoris	2.02	2	31.8	89	52
*	UMI	Beta Ursae Minoris	2.08	14	50.7	74	9



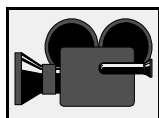
## CONSTRUCCIÓN DEL PROYECTOR DE ESTRELLAS

DATOS DE ESTRELLAS UTILIZADOS PARA EL PROYECTOR							
	CON	ESTRELLA (NOMBRE CIENTIFICO)	MAGNITUD APARENTE	ASCENSION RECTA		DECLINACION	
	IAU			(h)	(min)	(°)	(')
+	UMI	Delta Ursae Minoris	4.36	17	32.2	86	35
+	UMI	Epsilon Ursae Minoris	4.23	16	46.0	82	2
+	UMI	Eta Ursae Minoris	4.95	16	17.5	75	45
*	UMI	Gamma Ursae Minoris	3.05	15	20.7	71	50
+	UMI	Theta Ursae Minoris	4.32	15	44.0	77	48
*	VIR	Epsilon Virginis	2.83	13	2.2	10	58
<b>SUR</b>							
+	AQR	Eta Aquarii	4.02	22	35.3	0	-7
+	AQR	Gamma Aquarii	3.84	22	21.6	-1	23
+	AQR	Zeta Aquarii	4.31	22	28.9	0	-1
*	AQL	Lambda Aquilae	3.44	19	6.2	-4	53
*	AQL	Theta Aquilae	3.23	20	11.3	0	-49
*	CMA	Alpha Canis Majoris	-1.46	6	45.1	-16	43
*	CMA	Beta Canis Majoris	1.98	6	22.7	-17	57
*	CMA	Delta Canis Majoris	1.86	7	8.4	-26	24
*	CMA	Epsilon Canis Majoris	1.50	6	58.6	-28	58
*	CMA	Eta Canis Majoris	2.44	7	24.1	-29	18
+	CMA	Gamma Canis Majoris	4.11	7	3.8	-15	38
*	CMA	Zeta Canis Majoris	3.02	6	20.3	-30	4
*	CAP	Beta Capricorni	3.08	20	21.0	-14	47
+	CAP	Delta Capricorni	2.87	21	47.0	-16	8
+	CAP	Gamma Capricorni	3.68	21	40.1	-16	40
+	CAP	Theta Capricorni	4.07	21	6.0	-17	14
+	CAP	Zeta Capricorni	3.74	21	26.8	-22	25
*	CAR	Alpha Carinae	-0.72	6	24.0	-52	42



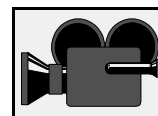
CONSTRUCCIÓN DEL PROYECTOR DE ESTRELLAS

DATOS DE ESTRELLAS UTILIZADOS PARA EL PROYECTOR							
	CON	ESTRELLA (NOMBRE CIENTIFICO)	MAGNITUD APARENTE	ASCENSION RECTA		DECLINACION	
	IAU			(h)	(min)	(°)	(')
*	CAR	Beta Carinae	1.68	9	13.2	-69	43
*	CAR	Chi Carinae	3.47	7	56.8	-52	59
*	CAR	Epsilon Carinae	1.86	8	22.5	-59	31
*	CAR	Iota Carinae	2.25	9	17.1	-59	17
*	CAR	Omega Carinae	3.32	10	12.2	-70	2
*	CAR	Theta Carinae	2.76	10	43.0	-64	24
*	CEN	Alpha Centauri	0.00	14	39.6	-60	50
*	CEN	Beta Centauri	0.61	14	3.7	-60	22
*	CEN	Delta Centauri	2.60	12	8.4	-50	43
*	CEN	Epsilon Centauri	2.30	13	39.9	-53	28
*	CEN	Eta Centauri	2.31	14	35.5	-42	9
*	CEN	Gamma Centauri	2.17	12	41.5	-48	58
*	CEN	Iota Centauri	2.75	13	20.6	-36	43
*	CEN	Kappa Centauri	3.13	14	59.2	-42	6
*	CEN	Lambda Centauri	3.13	11	35.8	-63	1
*	CEN	Mu Centauri	3.04	13	49.7	-42	28
*	CEN	Nu Centauri	3.41	13	49.5	-41	41
*	CEN	Theta Centauri	2.06	14	6.7	-36	22
*	CEN	Zeta Centauri	2.55	13	55.5	-47	17
*	CET	Beta Ceti	2.02	0	43.6	-17	59
*	CET	Eta Ceti	3.45	1	8.6	-10	11
+	CET	Iota Ceti	3.56	0	19.5	-8	49
*	CET	Omicron Ceti	3.04	2	19.3	-2	59
*	CET	Tau Ceti	3.50	1	44.1	-15	56
*	COL	Alpha Columbae	2.64	5	39.6	-34	4



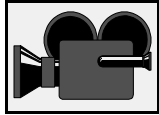
## CONSTRUCCIÓN DEL PROYECTOR DE ESTRELLAS

DATOS DE ESTRELLAS UTILIZADOS PARA EL PROYECTOR							
	CON	ESTRELLA (NOMBRE CIENTIFICO)	MAGNITUD APARENTE	ASCENSION RECTA		DECLINACION	
	IAU			(h)	(min)	(°)	(')
*	COL	Beta Columbae	3.12	5	50.9	-35	46
+	CRV	Alpha Corvi	4.02	12	8.5	-24	44
*	CRV	Beta Corvi	2.68	12	34.4	-23	24
+	CRV	Delta Corvi	2.95	12	29.9	-16	31
+	CRV	Epsilon Corvi	3.00	12	10.2	-22	37
*	CRV	Gamma Corvi	2.59	12	15.8	-17	33
*	CRU	Alpha Crucis 1	1.41	12	26.6	-63	6
*	CRU	Alpha Crucis 2	1.88	12	26.6	-62	6
*	CRU	Beta Crucis	1.28	12	47.7	-59	41
*	CRU	Delta Crucis	2.80	12	15.1	-58	44
*	CRU	Gamma Crucis	1.63	12	31.2	-57	7
*	ERI	Alpha Eridani	0.46	1	37.7	-57	14
*	ERI	Beta Eridani	2.79	5	7.7	-5	5
+	ERI	Lambda Eridani	4.27	5	9.2	-8	45
*	GRU	Alpha Gruis	1.74	22	8.2	-46	58
*	GRU	Beta Gruis	2.11	22	42.7	-46	53
*	HYA	Alpha Hydrae	1.98	9	27.6	-8	40
*	HYA	Nu Hydrae	3.11	10	49.6	-16	12
*	HYA	Pi Hydrae	3.27	14	6.4	-26	41
*	LEP	Alpha Leporis	2.58	5	32.7	-17	49
*	LEP	Beta Leporis	2.84	5	28.2	-20	46
*	LEP	Epsilon Leporis	3.19	5	5.5	-22	22
*	LEP	Mu Leporis	3.31	5	12.9	-16	12
*	LIB	Alpha Librae	2.75	14	50.9	-16	3
*	LIB	Beta Librae	2.61	15	17.0	-9	23



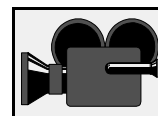
CONSTRUCCIÓN DEL PROYECTOR DE ESTRELLAS

DATOS DE ESTRELLAS UTILIZADOS PARA EL PROYECTOR							
	CON	ESTRELLA (NOMBRE CIENTIFICO)	MAGNITUD APARENTE	ASCENSION RECTA		DECLINACION	
	IAU			(h)	(min)	(°)	(')
+	LIB	Gamma Librae	3.91	15	35.5	-14	47
*	LUP	Alpha Lupi	2.30	14	41.9	-47	23
*	LUP	Beta Lupi	2.68	14	58.5	-43	8
*	LUP	Delta Lupi	3.22	15	21.4	-40	39
*	LUP	Eta Lupi	3.41	16	0.1	-38	23
*	LUP	Gamma Lupi	2.78	15	35.1	-41	10
*	LUP	Zeta Lupi	3.41	15	12.3	-52	6
*	OPH	Delta Ophiuchi	2.74	16	14.3	-3	42
*	OPH	Epsilon Ophiuchi	3.24	16	18.3	-4	42
*	OPH	Eta Ophiuchi	2.43	17	10.4	-15	44
*	OPH	Nu Ophiuchi	3.34	17	59.0	-9	46
*	OPH	Theta Ophiuchi	3.27	17	22.0	-25	0
*	OPH	Zeta Ophiuchi	2.56	16	37.2	-10	34
*	ORI	Beta Orionis	0.12	5	14.5	-8	12
*	ORI	Delta Orionis	2.23	5	32.0	0	-17
*	ORI	Epsilon Orionis	1.70	5	36.2	-1	12
*	ORI	Eta Orionis	3.36	5	24.5	-2	24
*	ORI	Iota Orionis	2.76	5	35.4	-5	55
*	ORI	Kappa Orionis	2.06	5	47.8	-9	40
*	ORI	Zeta Orionis	1.77	5	40.8	-1	57
*	PAV	Alpha Pavonis	1.94	20	25.6	-56	44
*	PAV	Beta Pavonis	3.42	20	45.0	-66	12
*	PHE	Alpha Phoenicis	2.39	0	26.3	-42	18
*	PHE	Beta Phoenicis	3.31	1	6.1	-46	43
+	PHE	Epsilon Phoenicis	3.88	0	9.4	-45	45



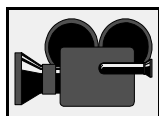
## CONSTRUCCIÓN DEL PROYECTOR DE ESTRELLAS

DATOS DE ESTRELLAS UTILIZADOS PARA EL PROYECTOR							
	CON	ESTRELLA (NOMBRE CIENTIFICO)	MAGNITUD APARENTE	ASCENSION RECTA		DECLINACION	
	IAU			(h)	(min)	(°)	(')
*	PHE	Gamma Phoenicis	3.41	1	28.4	-43	19
+	PHE	Kappa Phoenicis	3.94	0	26.2	-43	41
*	PSA	Alpha Piscis Austrini	1.16	22	57.6	-29	3
+	PSA	Beta Piscis Austrini	4.29	22	31.5	-32	21
+	PSA	Epsilon Piscis Austrini	4.17	22	40.7	-27	3
+	PSA	Iota Piscis Austrini	4.34	21	45.0	-33	2
*	PUP	Nu Puppis	3.17	6	37.8	-43	12
*	PUP	Pi Puppis	2.70	7	17.1	-37	6
*	PUP	Rho Puppis	2.81	8	7.5	-24	18
*	PUP	Sigma Puppis	3.25	7	29.2	-43	18
*	PUP	Xi Puppis	3.34	7	49.3	-24	52
*	PUP	Zeta Puppis	2.25	8	3.6	-40	0
*	SGR	Delta Sagittarii	2.70	18	21.0	-29	50
*	SGR	Epsilon Sagittarii	1.85	18	24.2	-34	25
*	SGR	Eta Sagittarii	3.11	18	17.6	-36	46
+	SGR	Gamma Sagittarii	2.99	18	5.8	-30	25
*	SGR	Lambda Sagittarii	2.81	18	28.0	-25	25
+	SGR	Mu Sagittarii	3.86	18	13.7	-21	3
*	SGR	Phi Sagittarii	3.17	18	45.7	-26	59
*	SGR	Sigma Sagittarii	2.02	18	55.2	-26	18
*	SGR	Tau Sagittarii	3.32	19	6.9	-27	40
*	SGR	Xi Sagittarii	3.51	18	57.7	-21	6
*	SGR	Zeta Sagittarii	2.59	19	2.6	-29	53
*	SCO	Alpha Scorpii	0.96	16	29.4	-26	26
*	SCO	Beta Scorpii	2.64	16	5.4	-19	48



CONSTRUCCIÓN DEL PROYECTOR DE ESTRELLAS

DATOS DE ESTRELLAS UTILIZADOS PARA EL PROYECTOR							
	CON	ESTRELLA (NOMBRE CIENTIFICO)	MAGNITUD APARENTE	ASCENSION RECTA		DECLINACION	
	IAU			(h)	(min)	(°)	(')
*	SCO	Delta Scorpil	2.32	16	0.3	-22	37
*	SCO	Epsilon Scorpil	2.29	16	50.3	-34	18
*	SCO	Eta Scorpil	3.33	17	12.2	-43	14
*	SCO	G Scorpil	3.21	17	49.9	-37	3
*	SCO	Iota Scorpil	3.03	17	47.6	-40	8
*	SCO	Kappa Scorpil	2.41	17	42.5	-39	2
*	SCO	Lambda Scorpil	1.63	17	33.6	-37	6
+	SCO	Pi Scorpil	2.89	15	58.9	-26	7
+	SCO	Rho Scorpil	3.88	15	56.9	-29	13
+	SCO	Sigma Scorpil	2.89	16	21.2	-25	36
+	SCO	Tau Scorpil	2.82	16	35.9	-28	13
*	SCO	Theta Scorpil	1.87	17	37.3	-43	0
*	SCO	Upsilon Scorpil	2.69	17	30.8	-37	18
*	TRA	Alpha Trianguli Australis	1.92	16	48.7	-69	2
+	TRA	Beta Trianguli Australis	2.85	15	55.1	-63	26
+	TRA	Gamma Trianguli Australis	2.89	15	19.0	-68	41
*	VEL	Delta Velorum	1.96	8	44.7	-54	43
*	VEL	Gamma Velorum	1.78	8	9.5	-47	20
*	VEL	Kappa Velorum	2.50	9	22.1	-55	1
*	VEL	Lambda Velorum	2.21	9	8.0	-43	26
*	VEL	Mu Velorum	2.69	10	46.8	-49	25
*	VIR	Alpha Virginis	0.98	13	25.2	-11	10
*	VIR	Gamma Virginis	2.75	12	41.7	-1	27
*	VIR	Zeta Virginis	3.37	13	34.7	0	-35



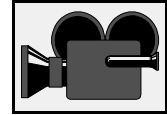
## CONSTRUCCIÓN DEL PROYECTOR DE ESTRELLAS

DATOS DE ESTRELLAS UTILIZADOS PARA EL PROYECTOR							
	CON	ESTRELLA (NOMBRE CIENTIFICO)	MAGNITUD APARENTE	ASCENSION RECTA		DECLINACION	
	IAU			(h)	(min)	(°)	(')
*: Datos de "Starfinder On Display" +: Datos de "Sky Catalogue 2000"							

Teniendo en cuenta la gran cantidad de datos a manejar y la disponibilidad de gran parte de los mismos en soporte magnético, se consideró conveniente utilizar una hoja electrónica comercial, instalada en un ordenador personal, para realizar los cálculos de forma rápida y precisa. En la [Tabla 1](#) se muestra la estructura de la hoja de cálculo utilizada.

Para facilitar el uso de las gráficas que se obtendrían como plantillas para la perforación del material del doble cono, se generó asimismo en la hoja de cálculo una circunferencia auxiliar, utilizando la ecuación [\[24\]](#), en la que se tomó  $d_c = g$  y se varió  $\alpha_c$  de  $0^\circ$  a  $254,56^\circ$ , valor máximo dado por la ecuación [\[6\]](#), en intervalos de  $5^\circ$ .

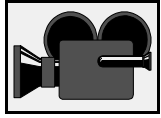
Como resultado de todo lo indicado se obtuvieron las plantillas de ambos hemisferios que se muestran en la [Figura 18](#) y en la [Figura 19](#).



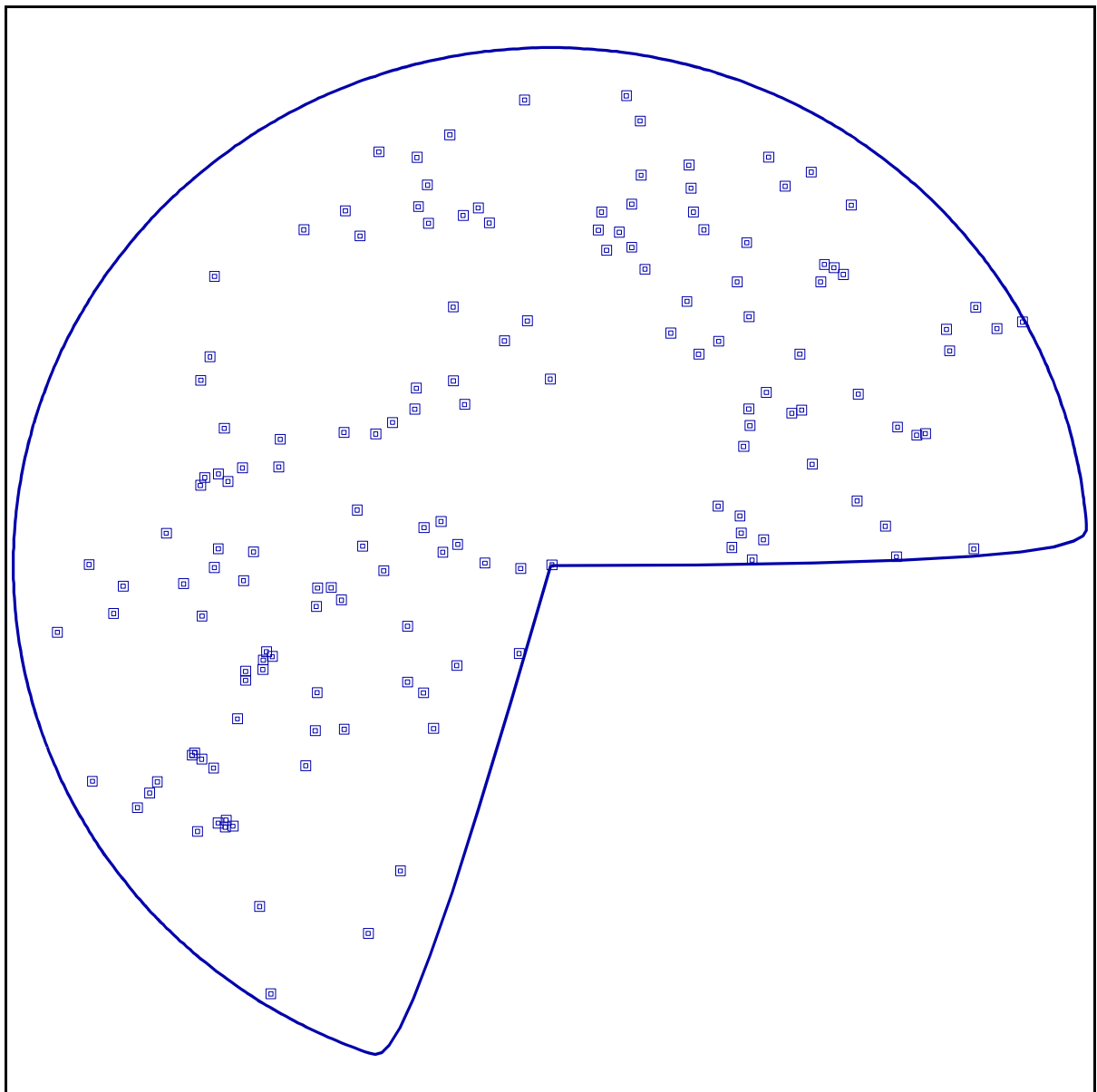
## CONSTRUCCIÓN DEL PROYECTOR DE ESTRELLAS

A1: 'g=	D155: 'Vindimeatrix
B1: 15	E155: 2,83
B3: ^CON	F155: 13
C3: 'ESTRELLA	G155: 2,2
D3: 'ESTRELLA	H155: 10
E3: ^MAG.	I155: 58
F3: ^AR	J155: ((F155+G155/60)*360/24)*@PI/180
G3: ^AR	K155: ((H155)+(I155)/60)*@PI/180
H3: ^D	L155: (J155)/@RCUAD(2)
I3: ^D	M155: (1/(1+@TAN(K155))*15)
B4: ^IAU	N155: (M155)*@COS(L155)
C4: 'NOMBRE CIENTIFICO	O155: (M155)*@SEN(L155)
D4: 'NOMBRE VULGAR	A156: 'SUR
E4: ^AP.	A157: ^+
F4: ^h)	B157: ^AQR
G4: ^(min)	C157: 'Eta Aquarii
H4: ^(^)	E157: 4,02
I4: ^(')	F157: 22
J4: ^a(rad)	G157: 35,3
K4: ^δ(rad)	H157: 0
L4: ^ac(rad)	I157: -7
M4: ^dc(cm)	J157: ((F157+G157/60)*360/24)*@PI/180
N4: ^Xc(cm)	K157: -((H157)+(I157)/60)*@PI/180
O4: ^Yc(cm)	L157: (J157)/@RCUAD(2)
A5: 'NORTE	M157: (1/(1+@TAN(K157))*15)
A6: ^*	N157: (M157)*@COS(L157)
B6: ^AND	O157: (M157)*@SEN(L157)
C6: 'Alpha Andromedae	.... ..
D6: 'Alpheratz	A298: ^*
E6: 2,06	B298: ^VIR
F6: 0	C298: 'Zeta Virginis
G6: 8,4	D298: '
H6: 29	E298: 3,37
I6: 5	F298: 13
J6: ((F6+G6/60)*360/24)*@PI/180	G298: 34,7
K6: ((H6)+(I6)/60)*@PI/180	H298: 0
L6: (J6)/@RCUAD(2)	I298: -35
M6: (1/(1+@TAN(K6))*15)	J298: ((F298+G298/60)*360/24)*@PI/180
N6: (M6)*@COS(L6)	K298: -((H298)+(I298)/60)*@PI/180
O6: (M6)*@SEN(L6)	L298: (J298)/@RCUAD(2)
... ..	M298: (1/(1+@TAN(K298))*15)
A155: ^*	N298: (M298)*@COS(L298)
B155: ^VIR	O298: (M298)*@SEN(L298)
C155: 'Epsilon Virginis	

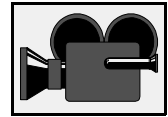
**Tabla 1** Estructura de la hoja de cálculo para el proyector de estrellas



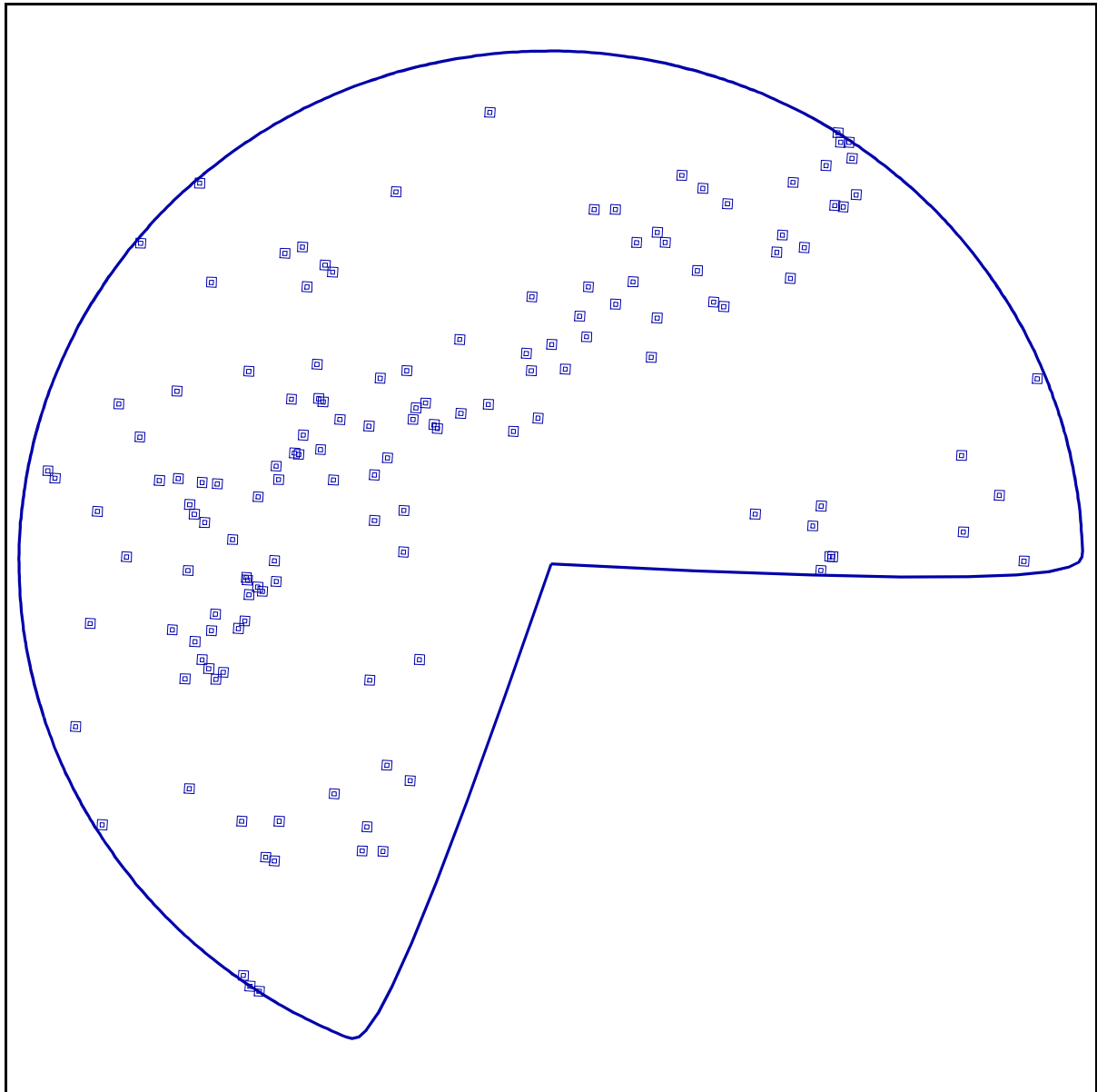
## CONSTRUCCIÓN DEL PROYECTOR DE ESTRELLAS



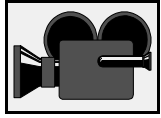
**Figura 18** Plantilla de estrellas para el hemisferio Norte



## CONSTRUCCIÓN DEL PROYECTOR DE ESTRELLAS



**Figura 19** Plantilla de estrellas para el hemisferio Sur

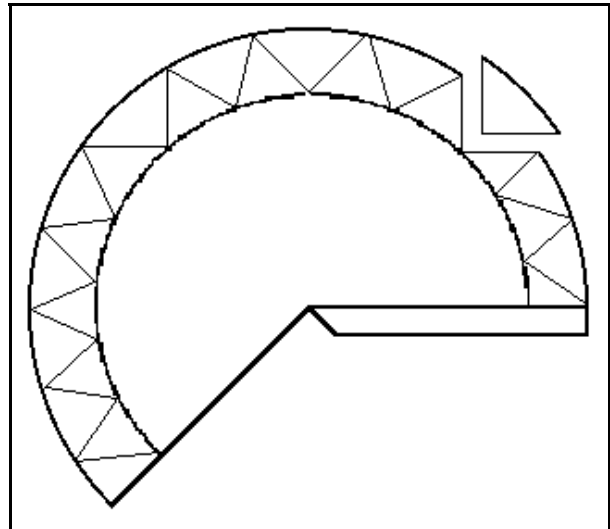


## CONSTRUCCION DEL DOBLE CONO

Una vez diseñada la plantilla de estrellas, se recortan sendos desarrollos planos de cono en cartulina negra normal o plastificada (aislante de motores eléctricos) dejando a lo largo de una de las generatrices una solapa de unos 20 mm de ancho y otra similar a lo largo de todo el perímetro. En la solapa ecuatorial se hacen diversos cortes en V para permitir su doblado y pegado al otro cono, tal como se muestra en la [Figura 20](#).

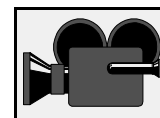
Se sujeta la plantilla a la cartulina con cinta adhesiva y se perforan los orificios que simulan las estrellas utilizando elementos punzantes de diferente grosor (agujas de coser, alfileres, clavos, microbrocas, etc.). Para facilitar la labor de perforación es conveniente situar bajo la cartulina una plancha de poliestireno expandido ("corcho blanco").

Obsérvese que los orificios han de ser muy pequeños (del orden de 0,1 mm

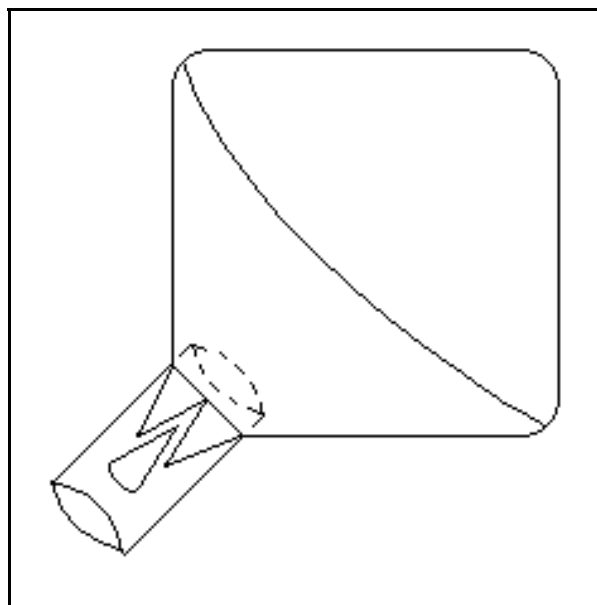


**Figura 20** Elementos auxiliares para el pegado del cono

de diámetro), ya que al ser la relación de distancias del foco luminoso a la pantalla y de aquél al orificio del orden de 10, se multiplicará por esta cifra el diámetro de la imagen. Si los orificios son muy grandes, los puntos de luz que simulan las estrellas también lo serán, perdiéndose la apariencia de bóveda celeste.



Se conforma finalmente el cono pegando las generatrices por la solapa. Una vez contruidos ambos conos, se pegan por las solapas ecuatoriales, cuidando que la unión no presente fugas de luz. Finalmente se realizan cortes en V, de unos 15 mm de longitud, desde uno de los vértices (generalmente el correspondiente al Polo Sur), con objeto de pegar en el orificio así formado la arandela de sujeción del doble cono al mecanismo, tal como muestra el esquema de la [Figura 21](#). Esta arandela es de



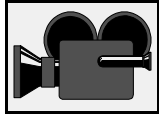
**Figura 21** Detalle de la unión de la arandela al doble cono

plástico, de 35 mm de longitud y 32 mm de diámetro externo (2 mm de pared) y permite su ajuste al tubo exterior del brazo móvil del compás, deslizándose sobre el mismo hasta situar la bombilla en el centro geométrico del doble cono.

Una vez montado el doble cono, es conveniente rectificar la dirección de los orificios más cercanos al Ecuador, con objeto de facilitar el paso de la luz, ya que al conformar el cono las rebabas interiores resultantes de la perforación pueden hacer sombra sobre el propio orificio.

## DESCRIPCION DEL MECANISMO

Para fijar la latitud del lugar en el proyector, se utiliza un compás de plástico, uno de cuyos brazos, de 180 mm de longitud, está fijo. Sobre el brazo móvil se ha acoplado un tubo de 190 mm de longitud y 23 mm de diámetro externo (2 mm de pared), por cuyo interior discurre el cable que proporciona corriente a la bombilla del proyector y



## CONSTRUCCIÓN DEL PROYECTOR DE ESTRELLAS

que se introduce a través de una perforación realizada en el brazo del compás (ver [Figura 9](#)).

Sobre dicho tubo se acopla otro, móvil, de 160 mm de longitud y 28 mm de diámetro externo (2 mm de pared), en cuyo extremo libre se ha encastrado un pequeño cojinete de bolas, que facilita su giro, con objeto de simular el movimiento diario. A continuación se sitúa el portabombillas, que se sujeta con los propios cables de conexión.

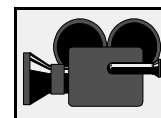
Para medir la latitud del lugar se acopla al compás un goniómetro semicircular de plástico, de 380 mm de diámetro, haciendo coincidir su centro con el eje de giro del compás. La división del goniómetro es de  $1^\circ$ , con sendas escalas paralelas de  $0^\circ$  a  $180^\circ$ , comenzando en los extremos opuestos.

El goniómetro y el compás se fijan mutuamente mediante un perfil de aluminio en L, de 20 mm de lado y 380 mm de longitud, formando un conjunto estructural que se sujeta al soporte mediante dos tornillos de palomilla.

## DESCRIPCION DEL SISTEMA DE ILUMINACION

La pila de 4,5 V y las conexiones de los elementos de iluminación, realizadas con cable unifilar de 1,5 mm, se encuentran en el interior de una caja de plástico de 110 x 110 x 60 mm, fijada al soporte mediante dos tornillos de palomilla. La pila se sujeta al fondo de la caja con una pletina perforada, de 10 mm de ancho, atornillada al mismo. Sobre la tapa de la caja se han montado el interruptor, el conmutador, el portabombillas de ambiente y una hembra de enchufe coaxial para conectar el cable del proyector. Este cable es bifilar y rizado, de 4 mm de diámetro.

La bombilla de ambiente es de 9 V y 0,5 A (4,5 W), mientras que la del proyector es de 3,5 V y 3 A (10,5 W). Esta última va alojada en un portabombillas ubicado en el centro del doble cono y es de pequeño tamaño, con filamento pequeño, con objeto de



## CONSTRUCCIÓN DEL PROYECTOR DE ESTRELLAS

que no se reproduzca su forma en la proyección, obteniéndose sólo un punto de luz difuso.

Como elemento auxiliar de iluminación se utiliza un puntero luminoso comercial para señalar las estrellas sobre la cúpula. El puntero proyecta su filamento en forma de flecha, habiéndose atenuado su luminosidad fijando un papel celofán rojo delante del objetivo.

## DESCRIPCION DEL SOPORTE

El proyector de estrellas se sitúa en el centro de la cúpula mediante un soporte. Este consiste en un trípode comercial, plegable, que permite una elevación desde el suelo comprendida entre 95 y 128 cm. Si se recogen hacia el centro las patas del trípode, puede llegar a alcanzarse una altura de hasta 140 cm, a cambio de perder algo de estabilidad.

Al trípode se sujeta una tabla circular de madera, de 410 mm de diámetro y 13 mm de espesor, por medio de un tornillo que, partiendo del elemento de apoyo del trípode, puede enroscarse en una tuerca que se ha fijado en el centro de la tabla.

A la tabla se sujetan el resto de los elementos del proyector mediante tornillos de palomilla de 50 mm de largo y 5 mm de diámetro, que atraviesan los orificios practicados a tal fin.





# CAPITULO 5

## CONSTRUCCIÓN DE LA CÚPULA







## CONSTRUCCIÓN DE LA CÚPULA

### CONSTRUCCIÓN DE LA ESTRUCTURA

El material básico para la construcción de la estructura de la cúpula es un conjunto de varillas de fibra, material comercial utilizado en las tiendas de campaña de tipo "iglú". Estos elementos se usaron para construir el polígono ecuatorial y los arcos.

Las varillas, de 11 mm de diámetro y 660 mm de longitud, llevan en uno de sus extremos un casquillo de acero galvanizado, de 13,5 mm de diámetro externo (1 mm de pared) y 70 mm de largo, que permite la unión con otra varilla. Los casquillos van pegados a la varilla y pueden despegarse mediante calentamiento. Las varillas están perforadas en toda su longitud para hacer pasar a través de ellas una goma elástica, que mantiene un grupo de varillas unidas, una vez desmontadas. La goma lleva sendos nudos en sus extremos, que evitan el desprendimiento de las varillas.

Para lograr un buen compromiso entre un elevado grado de esfericidad y un aceptable número de arcos y uniones, se decidió construir la cúpula basada en un polígono de doce lados. De esta forma, en las ecuaciones de diseño se hará en lo que sigue  $n = 12$ .

Con objeto de que el planetario fuese instalable en una habitación que permitiese una oscuridad completa, la altura total de la estructura no debería exceder de 3 m. Teniendo en cuenta la conveniencia de facilitar de acceso al interior, la semiesfera debería estar, al menos a 1,25 m del suelo. Esto deja 1,75 m de radio de la cúpula, o lo que es lo mismo, se partirá de un diámetro de 3,5 m como base del diseño.

Este valor se ajustará convenientemente en función de las piezas comerciales, con objeto de simplificar al máximo la construcción. Por otro lado, se puede construir fácilmente una estructura de altura variable, como se verá más adelante.

### CALCULO DE LOS ARCOS



## CONSTRUCCIÓN DE LA CÚPULA

Tomando como base de diseño el dato del radio, la longitud del arco sería según la ecuación [\[31\]](#), 275 cm.

Teniendo en cuenta la longitud de las varillas (66 cm), ésto equivaldría a utilizar algo más de cuatro varillas por arco, lo que llevó a utilizar el número entero más próximo, es decir, 4. El arco tendría, por tanto, una longitud de 264 cm, aunque el pequeño error que se produce al montar las cuatro varillas entre sí mediante los tres casquillos correspondientes, daba una longitud de arco de 265 cm.

Así pues, despejando ahora de la ecuación [\[31\]](#) el radio, su valor real de construcción será de 168,70 cm.

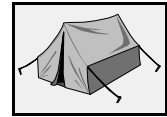
Ahora bien, para unir los arcos entre sí en el Polo es necesario construir una pieza de unión, cuyas características se detallarán más adelante, y que induce un aumento real del arco en 25 mm. Por tanto, la longitud real del arco será de 267,50 cm y, por tanto, la del radio, 170,30 cm.

## CALCULO DEL POLÍGONO ECUATORIAL

Conocido el radio y el número de lados del polígono ecuatorial, la ecuación [\[27\]](#) permite calcular el valor de la longitud del lado en 882 mm. Obsérvese que este valor excede en 222 mm la longitud de la varilla comercial, por lo que se decidió que la mitad de este exceso se incorporaría a cada uno de los elementos de unión de los vértices del polígono, como se verá más adelante.

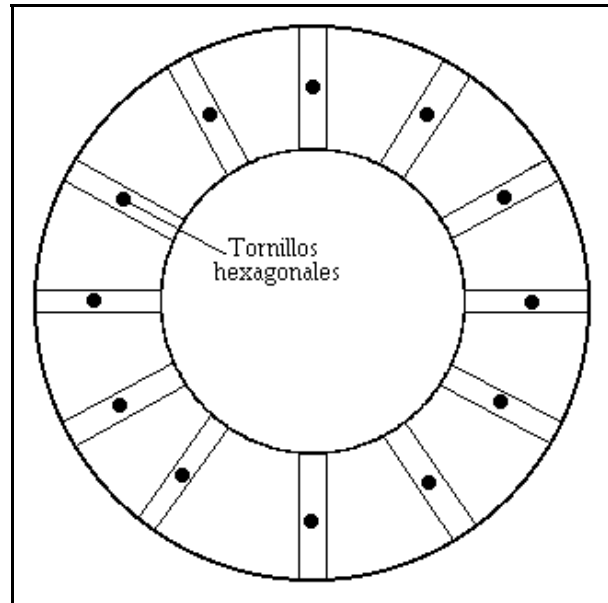
## UNIÓN POLAR

La unión polar es la pieza que permite engarzar los arcos en el Polo de la semiesfera y su esquema se muestra en la [Figura 22](#).



## CONSTRUCCIÓN DE LA CÚPULA

Se construyó al torno un cilindro macizo de 110 mm de diámetro y 35 mm de altura. A lo largo de todo su perímetro, y a mitad de su altura, se perforaron 12 orificios de 11 mm de diámetro y 30 mm de profundidad, cuyos centros estaban separados un ángulo de  $15^\circ$ , calculado mediante la ecuación [25]. En cada orificio se introduce el extremo de un arco y se fija mediante un tornillo de cabeza hexagonal de 5 mm de diámetro y 20 mm de longitud, que entra por una de las bases del cilindro, a 15 mm de su perímetro.



**Figura 22** Esquema de la unión polar

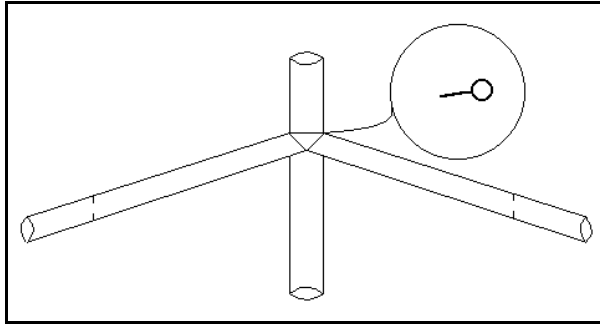
Teniendo en cuenta que los orificios se encuentran enfrentados por pares, la distancia entre los extremos de dos varillas enfrentadas será de 50 mm, lo que produce el aumento de la longitud del arco de 25 mm citada anteriormente.

## UNIONES ECUATORIALES

Las uniones ecuatoriales son las doce piezas que permiten engarzar los arcos, los lados del polígono y las patas de la estructura. Están construidas con tubo de acero inoxidable de 14 mm de diámetro externo (1 mm de pared), formando cuatro elementos soldados en un punto. Su esquema se muestra en la [Figura 23](#).



## CONSTRUCCIÓN DE LA CÚPULA



**Figura 23** Esquema de una unión ecuatorial

Los dos elementos que permiten unir los lados del polígono ecuatorial forman entre sí un ángulo de  $150^\circ$ , calculado a partir de la ecuación **(30)**, y tienen 14 mm de longitud. En su interior se han soldado sendos topes a 111 mm de la unión, lo que permite proporcionar a la varilla que forma el lado del polígono

el defecto de longitud de 222 mm mencionado anteriormente; el resto actúa como casquillo.

El tercer elemento, perpendicular al plano que forman los otros dos, tiene 80 mm de longitud y permite la sujeción de la pata de la estructura.

El cuarto elemento, de 40 mm de longitud, hace de casquillo para introducir el arco correspondiente. Aunque, en principio debería formar un ángulo de  $180^\circ$  respecto a la unión de la pata, se ha inclinado  $5^\circ$  hacia el centro de la cúpula, con objeto de facilitar el montaje del arco.

En la parte externa del vértice de la unión ecuatorial se ha soldado un cáncamo cerrado de 10 mm de diámetro, que sirve de guía para un cable que se utiliza para mantener firmemente unido el polígono, compensando la tensión hacia el exterior que ejercen las varillas al montar la estructura.

El cable para sujetar la estructura poligonal es de hilos de acero inoxidable trenzados, de 2 mm de diámetro y 11 m de longitud. Por uno de sus extremos está fijado mediante un guardacabos y un prensador a un tensor de 5 mm.

Para su montaje, se pasa por los cáncamos de las uniones ecuatoriales, rodeando el perímetro de la estructura, y se fija al otro extremo del tensor con ayuda



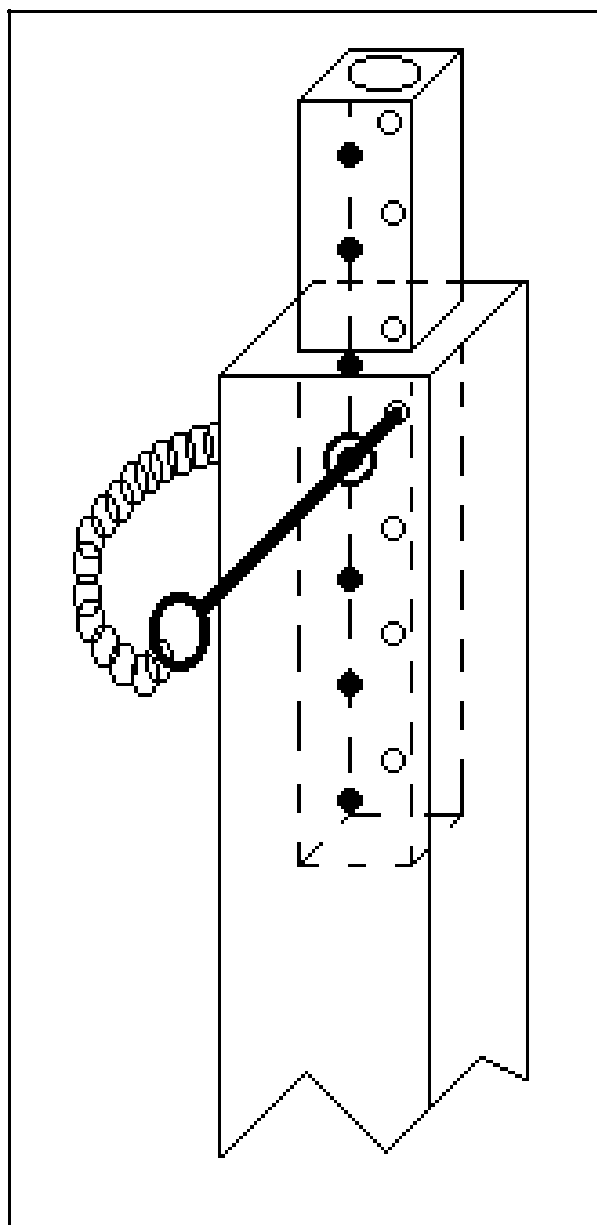
## CONSTRUCCIÓN DE LA CÚPULA

de un sujetacables. Finalmente se hace girar el tensor hasta que el cable adquiera la tensión adecuada. Todos los accesorios del cable mencionados son de uso náutico.

### PATAS DE APOYO

Cada una de las doce patas de apoyo de la estructura de la cúpula está formada por dos piezas de perfil cuadrado comercial de acero, de 800 mm de longitud, que ajustan una dentro de la otra, según el esquema mostrado en la [Figura 24](#).

El perfil exterior, de 20 mm de lado (2 mm de pared) tiene un tapón de plástico de esa medida en uno de los extremos, para impedir el deterioro de la superficie donde se apoye. A 30 mm del otro extremo se han practicado sendos orificios, de 5 mm de diámetro, en una pareja de caras opuestas, que permiten introducir un pasador de dicho diámetro y 40 mm de longitud. Este pasador va sujeto a una cadena de 160 mm de longitud, cuyo extremo va soldado a una de las caras no perforadas del perfil. El juego pasador-cadena es de acero gal-



**Figura 24** Esquema de una pata de apoyo



## CONSTRUCCIÓN DE LA CÚPULA

vanizado y su misión es permitir ajustar el elemento interior a la altura deseada.

El perfil interior, de 16 mm de lado (2 mm de pared) lleva en sendas caras opuestas siete orificios de 7 mm de diámetro, repartidos en toda su longitud, es decir, la distancia entre sus centros es de 100 mm. De esta forma, haciendo coincidir cada pareja de orificios con la practicada en el perfil exterior, es posible introducir el pasador y bloquear el deslizamiento relativo de ambas piezas. Uno de los extremos del perfil interior se ha redondeado interiormente para que pueda encajar en el elemento correspondiente de la unión ecuatorial.

Con este dispositivo, la estructura de la cúpula se puede elevar desde un mínimo de 80 cm (medida de las patas de apoyo) hasta un máximo de 150 cm (altura que alcanzaría introduciendo el pasador en el último orificio del perfil interior. Evidentemente, la elevación se podrá hacer en tramos de 10 cm, distancia entre dos orificios consecutivos del perfil interior.

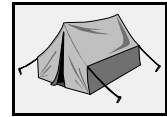
Una vez construidas todas las piezas, se sometieron a un proceso de niquelado, con objeto de protegerlas de la corrosión.

## CONSTRUCCIÓN DE LA CUBIERTA

El material de construcción de la cubierta es hule blanco, adquirible comercialmente en piezas de 140 cm de ancho y unos 25 m de longitud. Por otro lado, el elemento fundamental de la cubierta es el triángulo de lados curvos, aunque también es necesario preparar un faldón que cubra la estructura desde el polígono ecuatorial hasta la base de la estructura.

### CÁLCULO DEL TRIÁNGULO

La cubierta está formada por doce triángulos iguales de lados curvos. Su patrón de corte puede diseñarse con ayuda de las ecuaciones [\[35\]](#) y [\[44\]](#), aunque para ello



## CONSTRUCCIÓN DE LA CÚPULA

A1: [A4] "N =  
 B1: [A7] 12  
 A2: [A4] "R =  
 B2: [A7] 170,3  
 C2: [A8] 'cm  
 A4: [A4] ^L  
 B4: [A7] ^L  
 C4: [A8] ^h  
 D4: [A8] ^s(+)  
 E4: [A8] ^s(-)  
 A5: [A4] ^[°]  
 B5: [A7] ^[rad]  
 C5: [A8] ^[cm]  
 D5: [A8] ^[cm]  
 E5: [A8] ^[cm]  
 A6: [A4] 0  
 B6: (F2) [A7] (@PI/180)\*(A6)  
 C6: (F2) [A8] (R/2)\*(1+@COS(@PI/N))\*B6  
 D6: (F2) [A8] (R)\*@SEN(@PI/N)\*@COS(B6)  
 E6: (F2) [A8] (-D6)  
 A7: [A4] 5  
 B7: (F2) [A7] (@PI/180)\*(A7)  
 C7: (F2) [A8] (R/2)\*(1+@COS(@PI/N))\*B7  
 D7: (F2) [A8] (R)\*@SEN(@PI/N)\*@COS(B7)  
 E7: (F2) [A8] (-D7)  
 A8: [A4] 10  
 B8: (F2) [A7] (@PI/180)\*(A8)  
 C8: (F2) [A8] (R/2)\*(1+@COS(@PI/N))\*B8  
 D8: (F2) [A8] (R)\*@SEN(@PI/N)\*@COS(B8)  
 E8: (F2) [A8] (-D8)  
 .. .. . ...

**Tabla 2** Estructura de la hoja de calculo para el triángulo

es necesario, no sólo conocer los datos de diseño ( $n = 12$  y  $R = 170,3 \text{ cm}$ ), sino también utilizar la variable auxiliar  $\lambda$ , dándole valores entre  $0^\circ$  y  $90^\circ$ .

Ello hace que sea de gran interés utilizar un método de cálculo rápido y preciso, por lo que se recomienda el empleo de una hoja electrónica u hoja de cálculo, instalada en un ordenador personal. De esta forma, se puede obtener rápidamente una tabla de valores, e incluso una representación gráfica, que facilite el dibujo del patrón.

El incremento del parámetro  $\lambda$  es arbitrario, por lo que se le ha dado un valor de  $5^\circ$ , lo que permite obtener 19 puntos, que se consideran suficientes. En caso necesario se pueden obtener los puntos que se desee, disminuyendo la amplitud del intervalo.

En la [Tabla 2](#) se muestra la estructura de la hoja de cálculo utilizada, cuyos resultados se dan en la [Tabla 3](#) y han sido representados en la [Figura 25](#).



### CONSTRUCCIÓN DE LA CÚPULA

n = 12 R = 170.3 cm				
L	L	h	s(+)	s(-)
[°]	[rad]	[cm]	[cm]	[cm]
0	0.00	0.00	44.08	-44.08
5	0.09	14.61	43.91	-43.91
10	0.17	29.22	43.41	-43.41
15	0.26	43.82	42.58	-42.58
20	0.35	58.43	41.42	-41.42
25	0.44	73.04	39.95	-39.95
30	0.52	87.65	38.17	-38.17
35	0.61	102.26	36.11	-36.11
40	0.70	116.87	33.76	-33.76
45	0.79	131.47	31.17	-31.17
50	0.87	146.08	28.33	-28.33
55	0.96	160.69	25.28	-25.28
60	1.05	175.30	22.04	-22.04
65	1.13	189.91	18.63	-18.63
70	1.22	204.52	15.08	-15.08
75	1.31	219.12	11.41	-11.41
80	1.40	233.73	7.65	-7.65
85	1.48	248.34	3.84	-3.84
90	1.57	262.95	0.00	0.00

**Tabla 3** Resultados del cálculo del triángulo



## CONSTRUCCIÓN DE LA CÚPULA

Como se ha mencionado anteriormente, existe un error en el cálculo de la altura del triángulo, que viene dado por la ecuación [48]. La evaluación de su magnitud para el polígono de 12 lados da como resultado  $\pm 0,017$ , o lo que es lo mismo, un error máximo del  $\pm 1,7\%$ , considerado lo suficientemente bajo como para no afectar apreciablemente a la construcción de la cubierta.

Obsérvese que en la práctica es necesario añadir unos 30 mm por cada lado curvo, con objeto de permitir el cosido de los elementos de sujeción a la estructura. Igualmente hay que proceder con la base del triángulo, a la que va sujeto el faldón que cubre las patas.

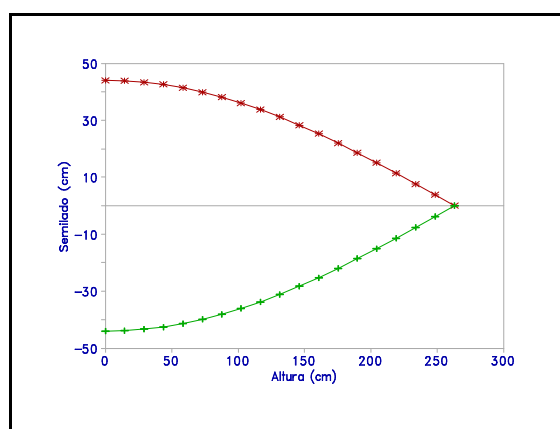


Figura 25 Patrón de corte del triángulo

## ENSAMBLADO DE LA CUBIERTA

Una vez cortados los doce triángulos de hule, se procede al cosido de los mismos entre sí, dejando una solapa de 30 mm hacia el envés del hule. A cada lado de esta solapa se cosen sendos elementos de una cinta textil autoadhesiva ("velcro", de 20 mm de ancho, que recorre el lado en toda su longitud. Esta cinta se puede cerrar sobre sí misma, dejando la varilla del arco en el interior de la solapa, con lo que se logra una firme sujeción de la cubierta a las varillas de la estructura, que queda por la parte exterior.

Según esta construcción, la parte plastificada del hule queda formando el interior de la cúpula, proporcionando una excelente superficie de proyección. Como las varillas quedan por la parte exterior, la pantalla de proyección será completamente lisa.



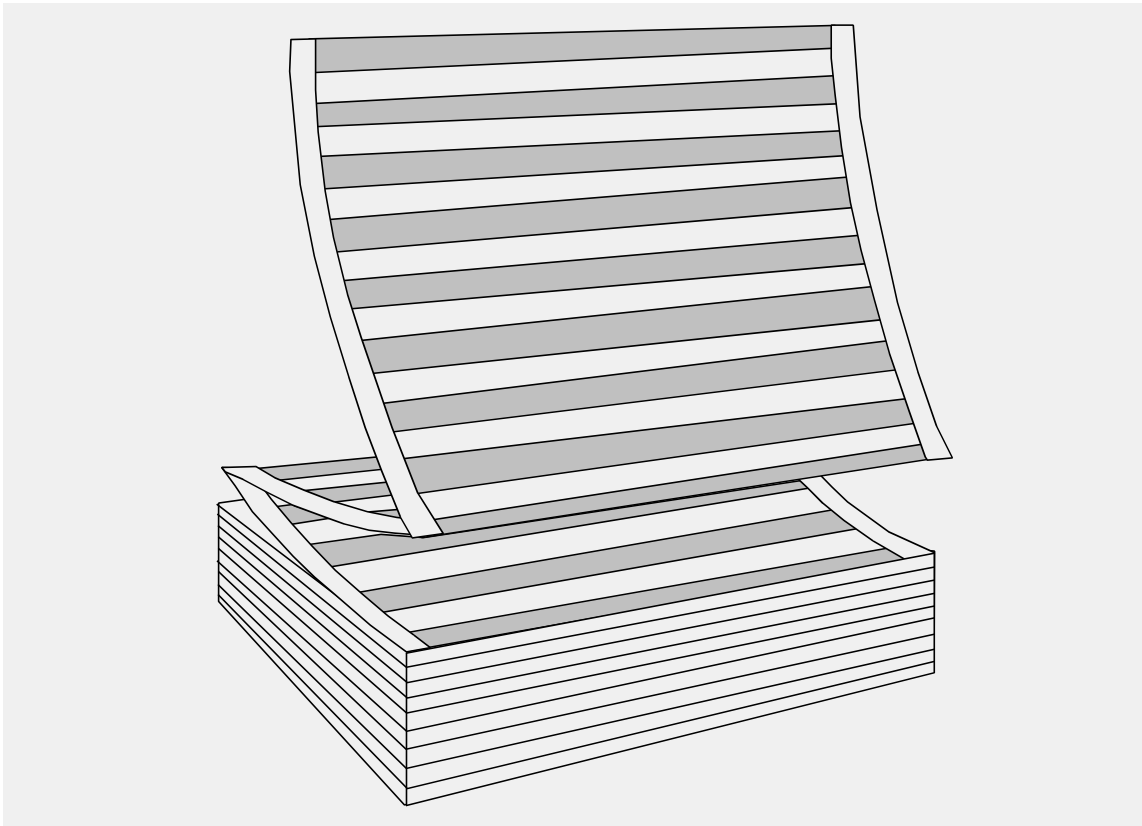
#### CONSTRUCCIÓN DE LA CÚPULA

Obsérvese que, para facilitar el buen acoplamiento de todos los elementos, es necesario cortar las puntas superiores de cada triángulo a unos 15 cm del vértice. El defecto de superficie de la cubierta así producido se sustituye con un círculo de hule de 30 cm de diámetro, que se cose por su perímetro a la parte superior de los triángulos. Se logra así una zona polar lisa al evitar que todas las costuras confluyan en un solo punto.

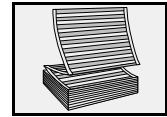
A las bases de los triángulos se les cose asimismo uno de los elementos del tejido autoadhesivo, con objeto de poder adherirle el faldón inferior. Este consiste en un rectángulo de hule del ancho de la pieza comercial (150 cm) y de 11 m de largo, que lleva cosido en uno de sus bordes el otro elemento de la cinta autoadhesiva, lo que permitirá fijarlo al tejido de la cubierta. Para evitar la interferencia de los vértices del polígono ecuatorial en la unión de ambos tejidos se hace un corte en U, de unos 20 mm de lado, en los puntos de coincidencia del faldón con los vértices, es decir, cada 89 cm.

El faldón podrá cerrarse completamente si se cose cinta textil autoadhesiva a lo largo de ambos extremos del rectángulo.

# APÉNDICE







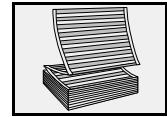
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>
<b>ASIMOV, I.;</b> "Alpha Centauri, la estrella más próxima", Alianza Editorial, Madrid (1984).
<b>BROMAN, L., ESTALELLA, R. y ROS, R.M.;</b> "Experimentos de Astronomía", Editorial Alhambra, Madrid (1988).
<b>DUKE, M.O.;</b> "Starfinder On Display", versión 2.0, programa para pc-compatibles, San José, California (1985).
<b>HERRMANN, J.;</b> "Atlas de Astronomía", Alianza Editorial, Madrid (1983).
<b>HIRSCHFELD, A. y SINNOT, R.W.;</b> "Sky catalog 2000.0", volumen I: "Stars to magnitude 8.0", Cambridge University Press, New York (1982).
<b>KNOTT, M.L.;</b> "Bring back the planetarium!", Sky & Telescope, <i>January</i> , 4 (1991).
<b>MENZEL, D.H.;</b> "Guía de campo de las estrellas y los planetas de los hemisferios Norte y Sur", Editorial Omega, Barcelona (1979).
<b>NORTON, O.R.;</b> "Will planetariums become extinct?", Sky & Telescope, <i>December</i> , 534-538 (1985).
<b>PERRY, R.H. y CHILTON, C.H. (eds.);</b> "Manual del Ingeniero Químico", 5ª ed., McGraw-Hill, México (1982).
<b>REAL ACADEMIA ESPAÑOLA;</b> "Diccionario manual e ilustrado de la Lengua Española", Espasa Calpe, Madrid (1980).
<b>SARPE (ed.);</b> "El universo. Enciclopedia SARPE de la Astronomía", vol. 7, SARPE, Madrid (1982).
<b>SEGURA, S.;</b> "Matemáticas. Curso preuniversitario. Teoría y práctica", tomo 2º, E. López Mezquida Editor, Valencia (1969).



APÉNDICE

### **BIBLIOGRAFÍA**

**TORRALVA, P.;** "Diseño, planeamiento y construcción de un planetario", VI Encuentro de Jóvenes Investigadores, libro de ponencias, I.N.I.C.E. - ESPAÑA, Salamanca, 333-338 (1990).



<b>FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS EN TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS</b>					
$\text{sen } x = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$					
$\text{cos } x = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}}$					
$\text{tg } x = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{\text{sen } x}{\text{cos } x}$					
<b>VALORES DE LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS DE ALGUNOS ÁNGULOS</b>					
	0°	30°	45°	60°	90°
<b>sen</b>	0	½	½√2	⅓√3	1
<b>cos</b>	1	½√3	½√2	½	0
<b>tg</b>	0	⅓√3	1	√3	∞
<b>ALGUNAS RELACIONES TRIGONOMÉTRICAS</b>					
$\text{sen } (x \pm y) = \text{sen } x \cdot \text{cos } y \pm \text{cos } x \cdot \text{sen } y$					
$\text{tg } (x \pm y) = \frac{\text{tg } x \pm \text{tg } y}{1 \mp \text{tg } x \cdot \text{tg } y}$					
$\text{tg } \left( \frac{x}{2} \right) = \sqrt{\frac{1 - \text{cos } x}{1 + \text{cos } x}}$					

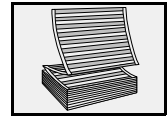


## APÉNDICE

### **FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS EN TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS**

Teorema de los senos (triángulos oblicuángulos)

$$\frac{\textit{sen } \alpha}{a} = \frac{\textit{sen } \beta}{b} = \frac{\textit{sen } \gamma}{c}$$

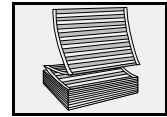


<b>CARACTERISTICAS DEL PLANETARIO</b>	
<b>CUPULA</b>	
Superficie de proyección	18 m <sup>2</sup>
Superficie de tejido	34 m <sup>2</sup>
Altura máxima	3,20 m
Volumen máximo	24 m <sup>3</sup>
Altura mínima	2,50 m
Volumen mínimo	17 m <sup>3</sup>
Planta	3,50 x 3,50 m
Aforo	15 personas
<b>PROYECTOR</b>	
Número de estrellas	151(N) + 141(S)
Número de constelaciones	28(N) + 27(S)
<b>CONJUNTO</b>	
Peso	45 kg
Volumen desmontado y embalado	218 dm <sup>3</sup>
<b>VARIOS</b>	
Herramientas de montaje	Destornillador 2 mm
	Llave hexagonal 5 mm
	Llave fija 7 mm

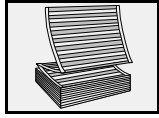


## APÉNDICE

CARACTERÍSTICAS DEL PLANETARIO	
Elementos de embalaje	Bolsas de nylon (2) de 85 x 40 x 32 cm
	Plancha de espuma de poliuretano de 3 cm de espesor
	Correas de nylon trenzado de 2 cm de ancho con hebillas plásticas
	Maletín plástico para uniones ecuatoriales

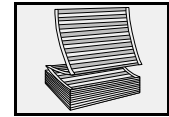


<b>COSTES APROXIMADOS</b> (ptas. 1990)		
<b>CUPULA</b>		
Varillas de la estructura	9 000	
Uniones de la estructura	8 000	
Accesorios de la estructura	8 000	
Subtotal ESTRUCTURA		25 000
Tejido de la cubierta	18 000	
Cinta autoadhesiva de la cubierta	7 000	
Subtotal CUBIERTA		25 000
<b>TOTAL CUPULA</b>		<b>50 000</b>
<b>PROYECTOR</b>		
Conos y mecanismo	1 500	
Iluminación	1 500	
Accesorios	7 000	
<b>TOTAL PROYECTOR</b>		<b>10 000</b>
<b>VARIOS</b>		
Bolsas de empaquetado	4 000	
Relleno y sujeciones	6 000	
Otros accesorios	5 000	
<b>TOTAL VARIOS</b>		<b>15 000</b>
<b>TOTAL COSTE MATERIAL</b>		<b>75 000</b>



APÉNDICE

<b>COSTES APROXIMADOS</b> (ptas. 1990)		
<b>COSTE ADICIONAL</b>		
Cosido de cubierta	51 000	
Niquelado de patas	19 000	
Construcción de uniones	-- ---	



APÉNDICE

## UNA SESIÓN DE PLANETARIO ...

El ojo humano tarda cierto tiempo en acostumbrarse a la oscuridad, así que aún tardaremos unos segundos en poder ver más claramente la bóveda celeste. Mientras tanto, les diremos que este planetario fue construido por profesores y alumnos del I.F.P. de Güímar con el objetivo de que sirviera de ayuda para aprender a localizar en el cielo las principales constelaciones. Su cúpula inicial era rígida y por tanto no era transportable, así que, con la colaboración de I.N.I.C.E. - Canarias, se construyó este modelo que estamos utilizando.

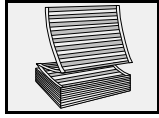
Ahora que nos hemos acostumbrado a la oscuridad podemos empezar a localizar estrellas y constelaciones, que señalaremos ayudándonos de la flecha roja de la linterna.

La altura a la que veamos las constelaciones va a depender de la época del año y de la latitud en la que estemos situados. A primera hora de la noche en primavera y verano podemos ver fácilmente la Osa Mayor, y en otoño e invierno es fácil de localizar la constelación de Orión. Ambas de gran tamaño en el cielo, por lo que nos servirán de referencia para encontrar otras constelaciones.

Empezaremos con la Osa Mayor, que aunque es visible durante todo el año, se muestra en lo alto del cielo a primera hora de la noche durante el verano, lo que permite localizarla con facilidad.

Esta parte de la Osa Mayor se llama el Gran Carro, es la parte más luminosa (se denomina "asterismo" a las estrellas que se localizan más fácilmente en una constelación) y se ve con facilidad su forma de carro.

Vamos a intentar ver la razón de que se llame Osa. Con un poco de imaginación y paciencia se puede ver una osa: veríamos el rabo, el cuerpo, estas tres estrellas conformarían la cabeza y las patas.



APÉNDICE

## UNA SESIÓN DE PLANETARIO ...

Si partimos de estas dos estrellas del extremo del carro y las prolongamos cinco veces hacia el Norte, encontraremos una estrella poco luminosa pero fácil de localizar, ya que tiene muy pocas estrellas a su alrededor. Esta es la Estrella Polar, una estrella doble que marca el Norte y aparentemente el cielo gira alrededor de ella cada 24 horas. Por ello, todas las estrellas parecen moverse, excepto la Polar, que permanece prácticamente quieta.

En realidad, la Estrella Polar marcará el Norte en el año 2100, ya que en este momento el eje de la Tierra no coincide exactamente con la Estrella Polar, aunque pasa cerca.

Dentro de 13000 años en el eje de la Tierra estará otra estrella que luego veremos: Vega.

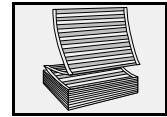
Esto se debe a que la Tierra, aparte de los conocidos movimientos de rotación y traslación, tiene otros movimientos. Uno de ellos, llamado de "precesión", hace que el lugar al que apunta el eje vaya variando con el tiempo, completando un ciclo cada 26000 años.

La Polar pertenece a una constelación llamada Osa Menor, poco luminosa, por lo que para observarla debemos ir a un lugar muy oscuro en una noche muy limpia.

Tras localizar la Osa Mayor y la Estrella Polar podemos buscar otras constelaciones.

Vamos a localizar ahora la constelación de Casiopea. La podemos encontrar partiendo de la segunda estrella de la cola de la Osa Mayor y pasando por la Polar hacia el Sur. Es fácil de ver su forma de **W** o **M** deformada.

A su lado podemos ver Perseo, de la que vemos la cabeza, el cuerpo y las piernas.



## UNA SESIÓN DE PLANETARIO ...

Debajo de Perseo está el Auriga, localizable prolongando la diagonal del cuadrado del Gran Carro que **no** es prolongación del eje. Tiene esta forma como de casita, y una estrella muy luminosa, llamada Capella.

Prolongando el eje del Carro a través de la diagonal encontramos dos estrellas muy luminosas, los gemelos Cástor y Pólux, que pertenecen a la constelación de Géminis, que es muy poco luminosa a excepción de las propias Cástor y Pólux.

Esta es una de las constelaciones del Zodíaco, que es la franja del cielo que va recorriendo el Sol en su movimiento aparente por el cielo a lo largo del año.

Respecto a estas constelaciones, y como curiosidad, diremos que las fechas del año correspondientes a un determinado signo fueron fijadas hace 2000 ó 3000 años y que los movimientos de la Tierra, como el ya citado de precesión, han provocado que esas fechas se desplacen, de manera que hoy en día, aunque el signo de Géminis sea del 20 de mayo al 21 de junio, en esas fechas el Sol no está en la constelación de Géminis, sino en la de Tauro.

Ya que estamos en Géminis y en el Zodíaco, hay sólo unas pocas constelaciones del mismo que sean llamativas: Tauro (con la **V** de los cuernos), Escorpión (con su cola curvada sobre el cuerpo), Géminis (con sus dos estrellas gemelas), Sagitario (con forma de trapecio) y Leo. Podemos encontrar esta última prolongando hacia el Sur el lado corto interior del Gran Carro, hasta encontrar Régulo, que es la principal estrella de la constelación. Junto con Denébola forma el cuerpo echado del león, con su cuello por encima de Régulo. Todas las constelaciones del Zodíaco se caracterizan por estar en el plano de la eclíptica, en el que también están el Sol, los planetas y sus satélites, y que está inclinado con respecto a nuestro horizonte en función de la latitud.

Veamos ahora que, prolongando la línea que une las dos últimas estrellas de la cola de la Osa Mayor, encontramos la constelación del Boyero, que contiene a



## APÉNDICE

### UNA SESIÓN DE PLANETARIO ...

Arturo, que junto con Vega son las estrellas más luminosas visibles desde el hemisferio Norte.

Al lado de Arturo está la Corona Boreal, con forma de arco, y algo más al Norte está Lira, en la que podemos ver la citada y brillante Vega.

Sobre Vega está la constelación del Cisne, con forma de cruz, de la que podemos ver el pico, con la estrella Albireo, las alas desplegadas y la cola, con una estrella muy brillante: Deneb. Algunos sólo ven una cruz y la llaman la Cruz del Norte por contraposición a la Cruz del Sur, situada en el hemisferio Sur celeste. El Cisne se puede encontrar prolongando hacia el Norte el lado corto interior del cuadrado del Gran Carro.

Se conoce como Triángulo de Verano al formado por Deneb (del Cisne), Vega (de Lira) y Altair (en el Aguila).

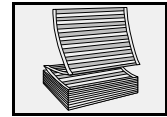
Para terminar veremos una de las más bellas constelaciones del cielo de invierno: Orión, el guerrero mitológico.

Consiste en un gran cuadrilátero incluyendo la rojiza Betelgeuse y la azulada Rigel. En su interior podemos ver las Tres Marías, alineadas y formando el cinturón de Orión, del que cuelga a modo de espada un grupo de estrellas que contiene una de las más impresionantes nebulosas del cielo.

Partiendo de esta constelación y prolongando las Tres Marías hacia el Sur encontramos otra estrella muy luminosa: Sirio.

Sirio es la estrella más luminosa del cielo, con un color verdoso. En realidad es una estrella pequeña, pero está muy cercana a nosotros y por eso la vemos brillar tanto.

Prolongando la línea que une las Tres Marías con la esquina del cuadrilátero de Orión contiguo a Betelgeuse, encontramos Aldebarán y siguiendo un poco más está



## UNA SESIÓN DE PLANETARIO ...

Tauro, con sus característicos cuernos, y las Pléyades, una nube de estrellas muy espectacular.

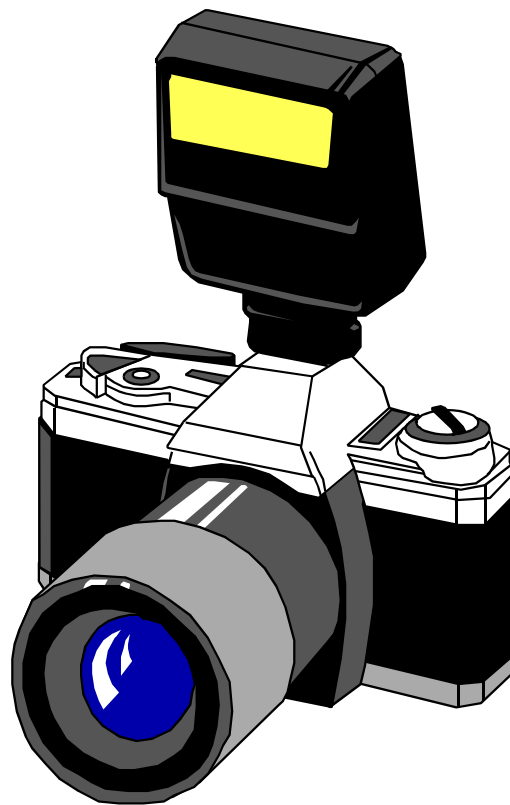
En este planetario no se pueden ver los planetas (debiéramos llamarlo "estelario"), pero si alguien está interesado en observarlos, algunos son fáciles de encontrar por su brillo, como Júpiter, Saturno, Marte o Venus. A la salida del planetario podrás ver un gráfico del aspecto del cielo hoy a primera hora de la noche, que te permitirá localizarlos

Con ésto acabamos y no olviden que el cielo real es incomparablemente más hermoso que lo que aquí han podido ver.

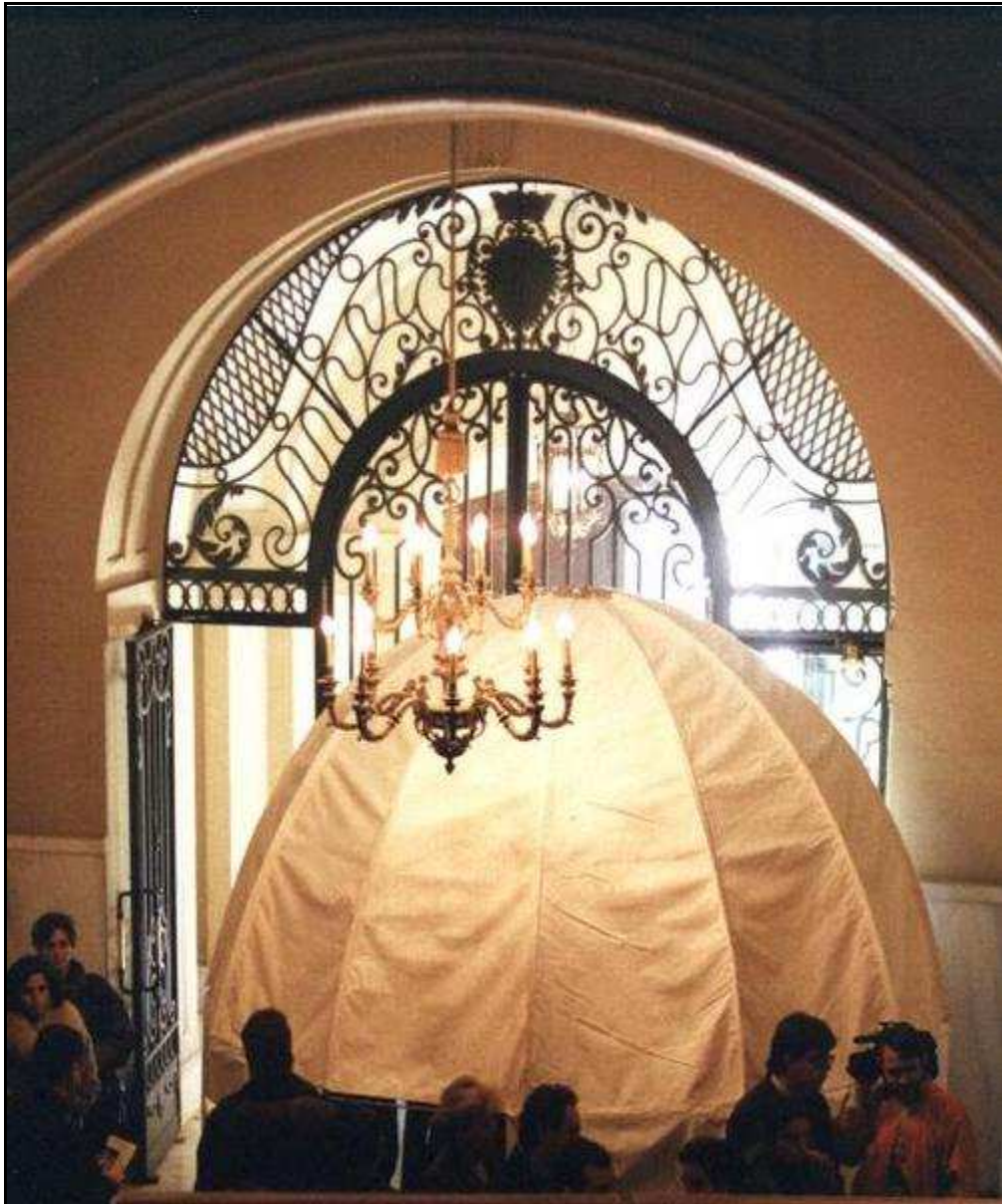
Si con esta breve visión astronómica hemos conseguido que aflore su interés por el cielo y salen al exterior a mirar, habremos conseguido nuestro objetivo. Muchas gracias.



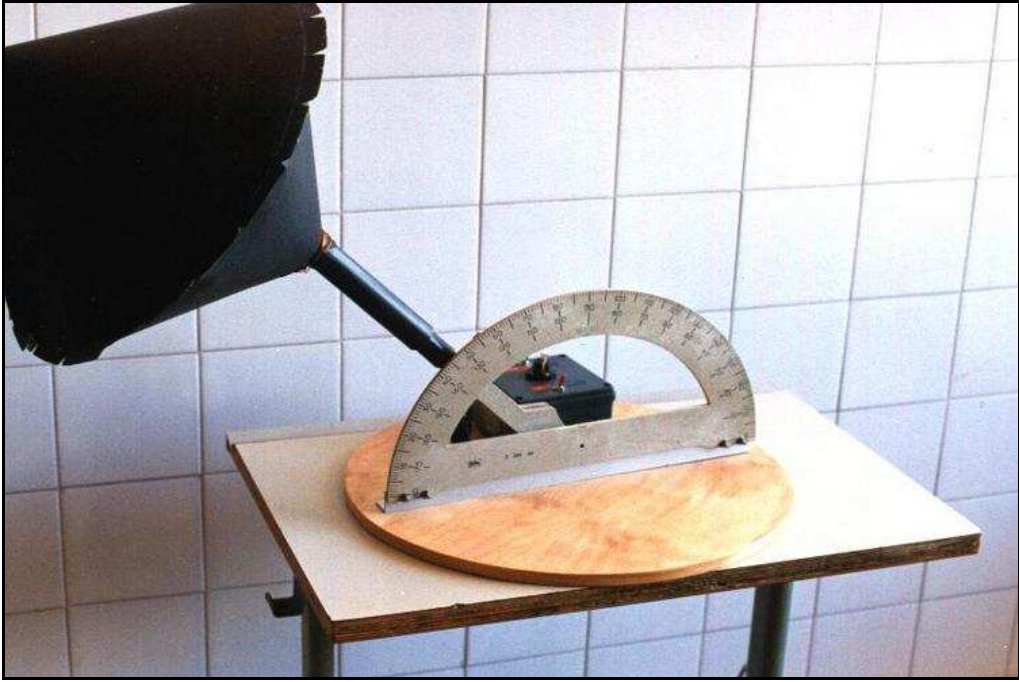
# FOTOGRAFÍAS







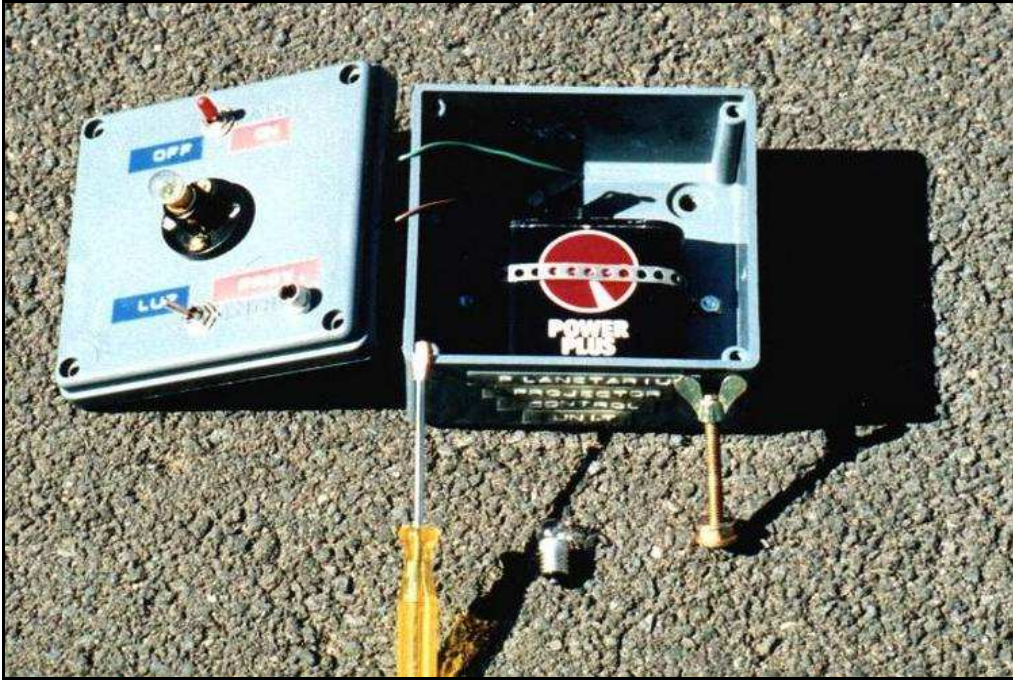
El planetario en el Ayuntamiento de Salamanca



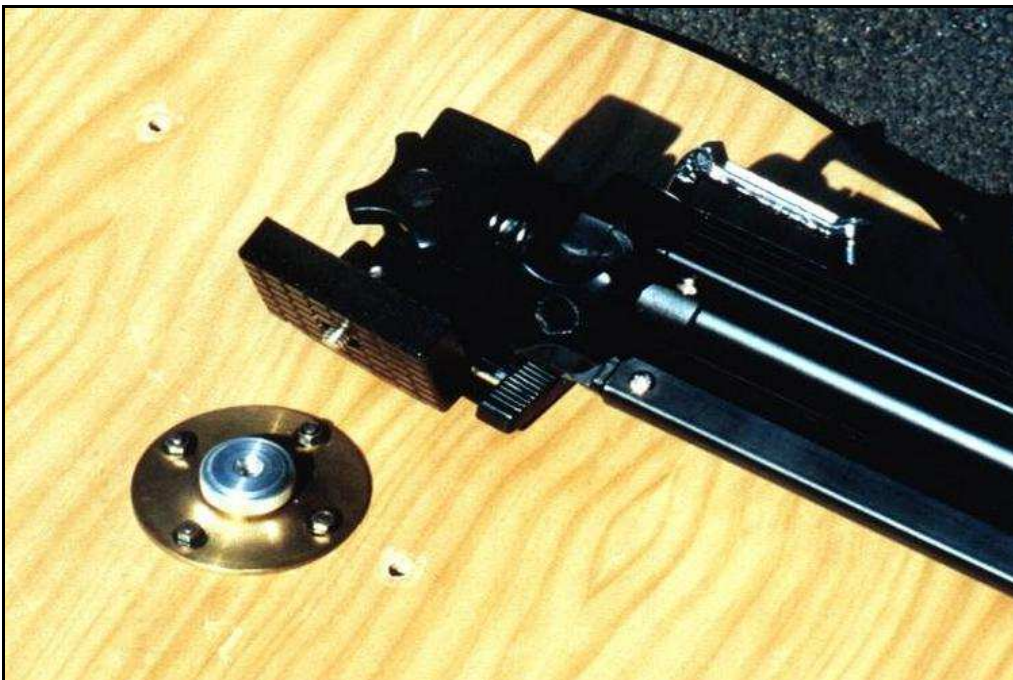
Proyector de estrellas



Detalle del doble cono



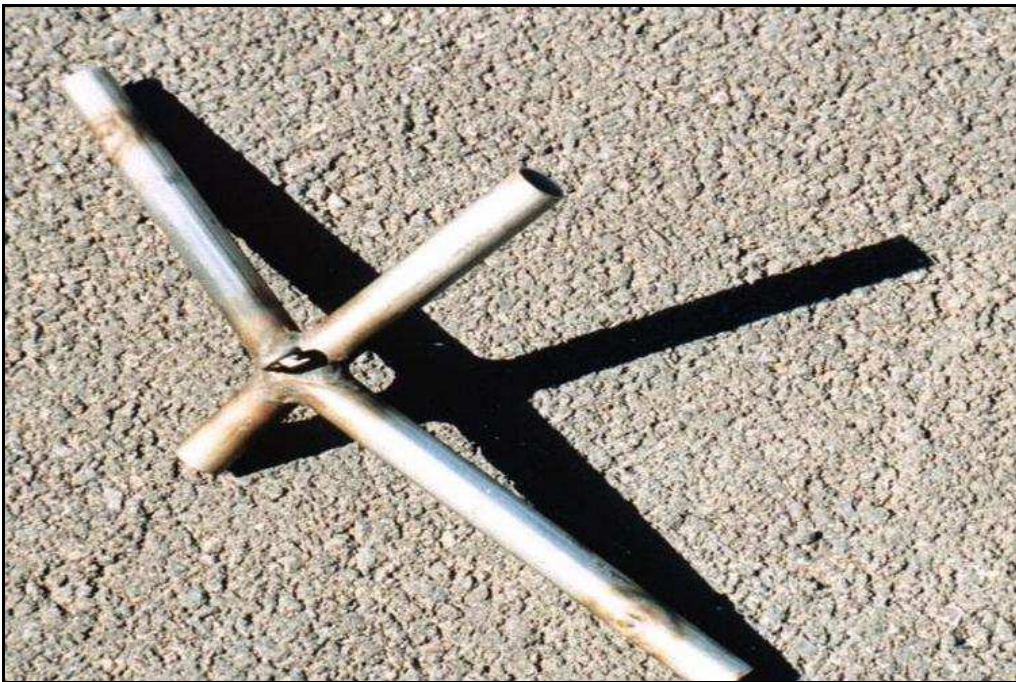
Sistema de iluminación



Acople do trípode al soporte



Unión polar



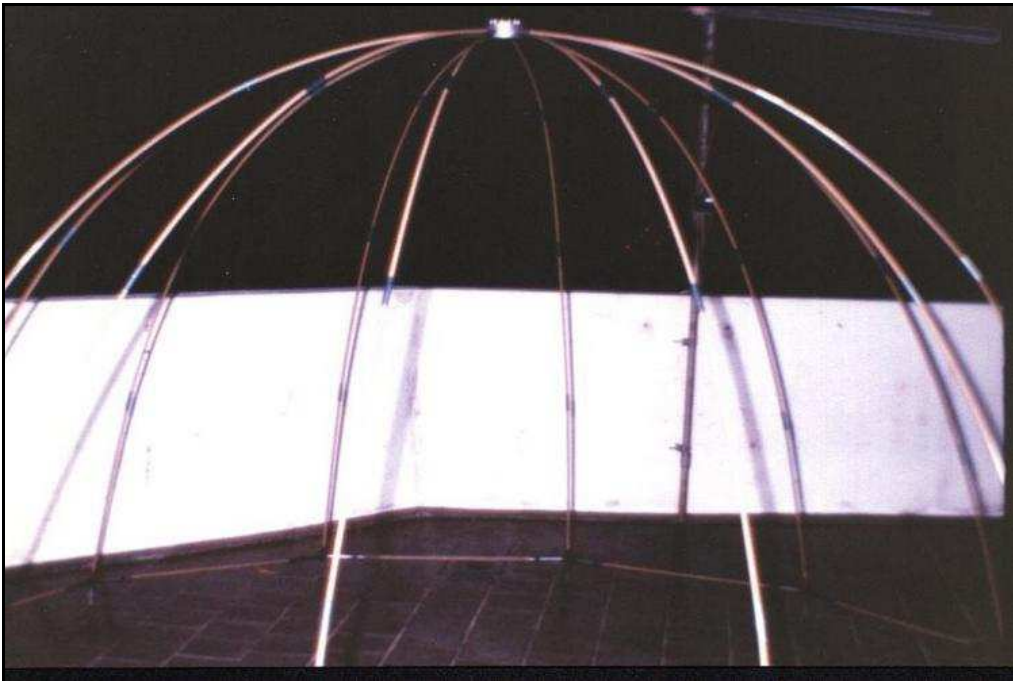
Unión ecuatorial



Cable de sujeción de la estructura



Patas de apoyo



Estructura de la cúpula



Montaje de la cubierta



Herramientas de montaje



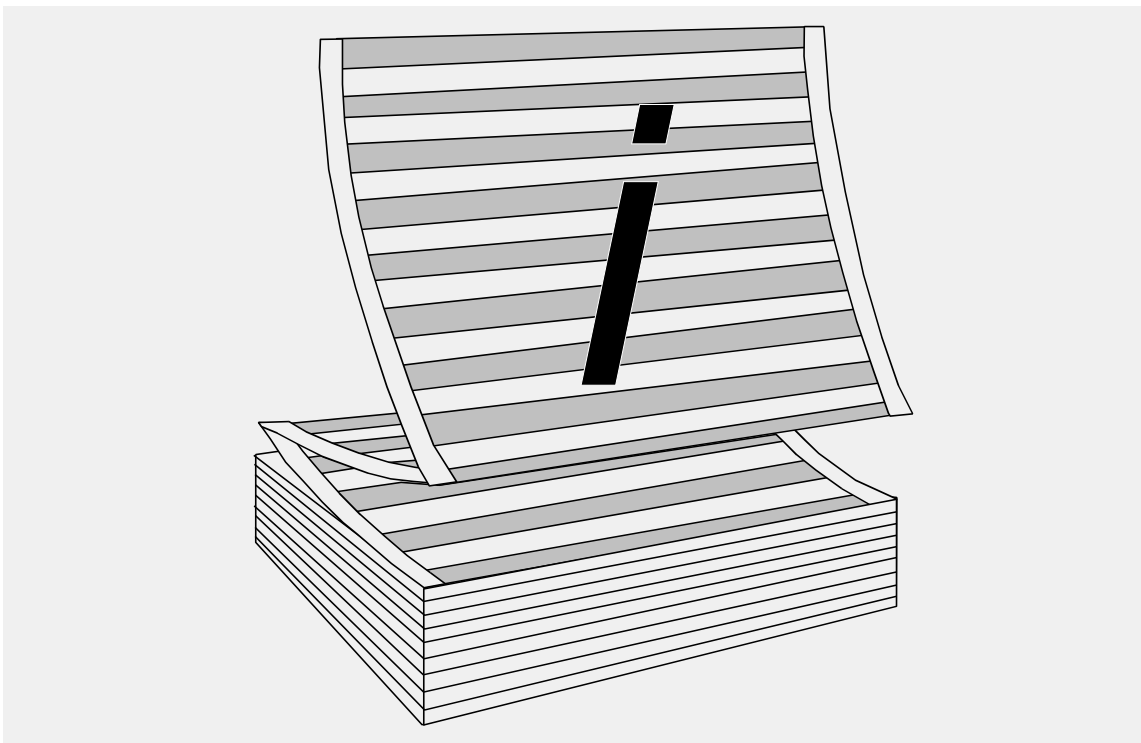
Elementos desmontados



ÍNDICE



# ÍNDICE







## ÍNDICE

PRESENTACIÓN .....	<a href="#">1</a>
LA ASTRONOMÍA Y LOS PLANETARIOS .....	<a href="#">3</a>
ALGUNOS CONCEPTOS SOBRE ASTRONOMÍA .....	<a href="#">5</a>
CONSTELACIONES .....	<a href="#">6</a>
MAGNITUD ESTELAR .....	<a href="#">10</a>
MAPAS ASTRONOMICOS .....	<a href="#">12</a>
PLANETARIOS Y ESTELARIOS .....	<a href="#">13</a>
EVOLUCION DE LOS PLANETARIOS .....	<a href="#">15</a>
EL PLANETARIO DEL I.F.P. DE GÜÍMAR .....	<a href="#">18</a>
EL PLANETARIO DE I.N.I.C.E.- CANARIAS .....	<a href="#">20</a>
DISEÑO DEL PROYECTOR DE ESTRELLAS .....	<a href="#">25</a>
EL PROYECTOR DE ESTRELLAS .....	<a href="#">27</a>
DOBLE CONO .....	<a href="#">27</a>
CÂLCULO DE LAS COORDENADAS ESTELARES SOBRE EL CONO .....	<a href="#">28</a>
CALCULO DE LA ASCENSIÓN CÓNICA .....	<a href="#">30</a>
CALCULO DE LA DECLINACIÓN CÓNICA .....	<a href="#">31</a>
MÉTODO DEL TRIÁNGULO OBLICUÁNGULO .....	<a href="#">31</a>
METODO DE LOS TRIANGULOS RECTANGULOS ..	<a href="#">33</a>
COORDENADAS CONICAS EN REPRESENTACION RECTAN- GULAR .....	<a href="#">35</a>
MECANISMO .....	<a href="#">35</a>
SISTEMA DE ILUMINACION .....	<a href="#">37</a>
SOPORTE .....	<a href="#">37</a>



## ÍNDICE

DISEÑO DE LA CÚPULA .....	<a href="#">39</a>
LA CÚPULA .....	<a href="#">41</a>
ESTRUCTURA .....	<a href="#">41</a>
POLÍGONO ECUATORIAL .....	<a href="#">41</a>
ARCOS .....	<a href="#">43</a>
UNIONES .....	<a href="#">44</a>
CUBIERTA .....	<a href="#">44</a>
CÁLCULO DEL SEMILADO .....	<a href="#">46</a>
CÁLCULO DE LA ALTURA .....	<a href="#">48</a>
PRECISIÓN EN EL CÁLCULO DE LA ALTURA .....	<a href="#">50</a>
CONSTRUCCIÓN DEL PROYECTOR DE ESTRELLAS .....	<a href="#">53</a>
OBTENCIÓN DE LA PLANTILLA DE ESTRELLAS .....	<a href="#">55</a>
CONSTRUCCION DEL DOBLE CONO .....	<a href="#">72</a>
DESCRIPCION DEL MECANISMO .....	<a href="#">73</a>
DESCRIPCION DEL SISTEMA DE ILUMINACION .....	<a href="#">74</a>
DESCRIPCION DEL SOPORTE .....	<a href="#">75</a>
CONSTRUCCIÓN DE LA CÚPULA .....	<a href="#">77</a>
CONSTRUCCIÓN DE LA ESTRUCTURA .....	<a href="#">79</a>
CALCULO DE LOS ARCOS .....	<a href="#">79</a>
CALCULO DEL POLÍGONO ECUATORIAL .....	<a href="#">80</a>
UNIÓN POLAR .....	<a href="#">80</a>
UNIONES ECUATORIALES .....	<a href="#">81</a>
PATAS DE APOYO .....	<a href="#">83</a>
CONSTRUCCIÓN DE LA CUBIERTA .....	<a href="#">84</a>



ÍNDICE

CÁLCULO DEL TRIÁNGULO .....	<a href="#">84</a>
ENSAMBLADO DE LA CUBIERTA .....	<a href="#">87</a>
APÉNDICE .....	<a href="#">89</a>
FOTOGRAFÍAS .....	<a href="#">105</a>
ÍNDICE .....	<a href="#">115</a>

