

**RESUMEN**

**TESIS DOCTORAL**

# **Desarrollo de un modelo cinético de fermentación y su aplicación a la digestión anaerobia de lodos de depuradora**

**NICOLAS ELORTEGUI ESCARTIN**



**UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA  
SECRETARIADO DE PUBLICACIONES**



**DESARROLLO DE UN MODELO  
CINETICO DE FERMENTACION Y SU  
APLICACION A LA DIGESTION  
ANAEROBIA DE LODOS DE  
DEPURADORA**

**Nicolás Elortegui Escartín**



**DESARROLLO DE UN MODELO  
CINETICO DE FERMENTACION Y SU  
APLICACION A LA DIGESTION  
ANAEROBIA DE LODOS DE  
DEPURADORA**

**Nicolás Elortegui Escartín**



**UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA  
SECRETARIADO DE PUBLICACIONES**

Esta *Tesis Doctoral*, dirigida por el Dr. D. Francisco Jarabo Friedrich, ha sido defendida el día 5 de junio de 1987 ante el tribunal compuesto por:

Presidente: Dr. D. Manuel Bao Iglesias

Secretario: Dr. D. Juan J. Trujillo Jacinto del Castillo

Vocales: Dr. D. José A. Muñoz Valero

Dr. D. Sebastián Delgado Díaz

Dr. D. Federico Díaz Rodríguez

© Universidad de La Laguna

© Nicolás Elortegui Escartín

Depósito Legal: TF 650/87

ISBN: 84-7756-025-0

Imprime: Secretariado de Publicaciones UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA  
C/San Agustín, 30  
38201 LA LAGUNA-TENERIFE  
ISLAS CANARIAS-ESPAÑA

## 1.- INTRODUCCION

### GENERALIDADES

El presente trabajo aborda el estudio de uno de los procesos bioquímicos conocidos por el hombre desde hace más tiempo: la fermentación. Este conjunto de reacciones bioquímicas, como fermentaciones anaerobia en la putrefacción, fermentaciones lácticas o como fermentaciones alcohólicas, está presente en la historia humana desde los tiempos más remotos. Sin embargo, el hecho de que los agentes causantes de las fermentaciones fueran formas de vida microscópicas retrasa su estudio hasta el siglo XIX, y aún entonces, como ahora, la enorme complejidad de estos procesos hace que el conocimiento de los mismos diste de ser completo, y ello en especial en el caso de la fermentación anaerobia.

Bajo el nombre de digestión o fermentación anaerobia se engloba un conjunto de procesos en los que, mediante la acción de microorganismos y en ausencia de oxígeno, los materiales químicamente complejos que forman la materia viva se transforman en productos simples como metano, dióxido de carbono, agua, sulfuro de hidrógeno o amoníaco.

Debido a esa complejidad citada anteriormente, la descripción de estos procesos debe limitarse a unas líneas generales, y de esa forma se puede considerar que la digestión anaerobia consta de tres etapas más o menos diferenciadas:

1) Hidrólisis, en la que los polímeros orgánicos, generalmente sólidos, son atacados por enzimas extracelulares de los microorganismos y se descomponen en sustancias más simples, que se disuelven en el medio y son así metabolizables.

2) Acidogénesis, en la que los productos de la etapa anterior son oxidados hasta convertirse en ácidos orgánicos de cadena corta, produciéndose además dióxido de carbono e hidrógeno, siendo este último inmediatamente metabolizado para ser utilizado junto con los ácidos orgánicos en la siguiente etapa.

3) Metanogénesis, en que los productos de la etapa anterior son transformados en dióxido de carbono, metano, sulfuro de

hidrógeno y amoníaco.

Estas tres etapas son llevadas a cabo por microorganismos muy especializados en cada una y cuyas exigencias respecto al entorno en que se desarrollan condiciona fuertemente el proceso. Así como en la hidrólisis y en la acidogénesis intervienen microorganismos facultativos en lo que se refiere a la presencia de oxígeno, parte de la población microbiana acidogénica y la totalidad de la metanogénica es estrictamente anaerobia. Además, en términos generales, los microorganismos metanogénicos son muy exigentes en cuanto a condiciones de pH y temperatura y su velocidad de reproducción es bastante más baja que la de los demás, actuando como etapa limitante del sistema.

El proceso es, en principio, aplicable a cualquier tipo de materia orgánica, siendo preferible aquella con un alto contenido en humedad y con un balance de nutrientes adecuado. Los productos del proceso son el biogás y un efluente líquido.

El biogás es una mezcla gaseosa de metano y dióxido de carbono con pequeñas proporciones de otros componentes, con una composición de un 50 - 70 % de metano, complementado básicamente de dióxido de carbono. El volumen producido por unidad de masa de material digerible dependerá de la naturaleza del sustrato y de las condiciones de operación: tipo de digestor, temperatura, tiempo de retención hidráulico y velocidad de alimentación.

En cuanto al efluente líquido, es una suspensión exenta de olores ofensivos, de fácil sedimentación y un pH neutro. Estará compuesto de sales, materia orgánica no digerida y microorganismos arrastrados del reactor.

Los usos más extendidos de los productos obtenidos son, como fuente energética para el biogás, debido a su riqueza en metano, y como fertilizante para el efluente, debido a su riqueza en nutrientes.

## VARIABLES DE PROCESO

Las variables que afectan al proceso de digestión anaerobia son muy numerosas, y por ello sólo se comentarán las principales.

#### \* Temperatura

Afecta a las características de la población microbiana, como muestra la Figura 1.1. Existe un rango mesofílico (5 - 40 °C) y otro termofílico (40 - 60 °C), en los que las poblaciones son distintas; dentro de cada uno de estos rangos la velocidad de reacción es diferente. Esta es mayor en el rango termofílico, pero la economía desaconseja la operación en él (balance energético negativo) y además las bacterias termofílicas son muy sensibles a pequeños cambios de temperatura.

#### \* Equilibrio ácido-base (pH)

Afecta principalmente a las bacterias metanogénicas. El pH debe mantenerse entre 6,6 y 7,2. Por debajo de 6,6 se inhibe el crecimiento de las bacterias metanogénicas y a pH = 6,2 la acidez es fuertemente tóxica para ellas. Las acidogénicas sólo se inhiben a pH = 4,5 y, debido a ello, al alcanzar un pH del orden de 6,5, el sistema se inestabiliza al inhibirse las metanogénicas y seguir produciendo las acidogénicas, aumentando la concentración en ácidos. Es síntoma característico de este proceso de funcionamiento inestable la elevación de la producción de dióxido de carbono. La caída inicial hasta pH = 6,5 puede deberse a una falta de balance de bacterias metanogénicas y acidogénicas en la alimentación, a lavado y arrastre de metanogénicas o a sustancias tóxicas para estas últimas.

#### \* Nutrientes

Se considera necesaria una relación C/N del orden de 25-50 y N/P del orden de 4-5. Estas relaciones se cumplen en el caso de residuos animales, pero los vegetales e industriales suelen ser deficientes en nitrógeno.

#### \* Tóxicos

Son especialmente importantes aquéllos que afectan a las bacterias metanogénicas y, por tanto, causan desequilibrios en el balance de microorganismos. Se pueden citar los siguientes:

##### - Oxígeno

Su toxicidad hacia todas las bacterias metanogénicas

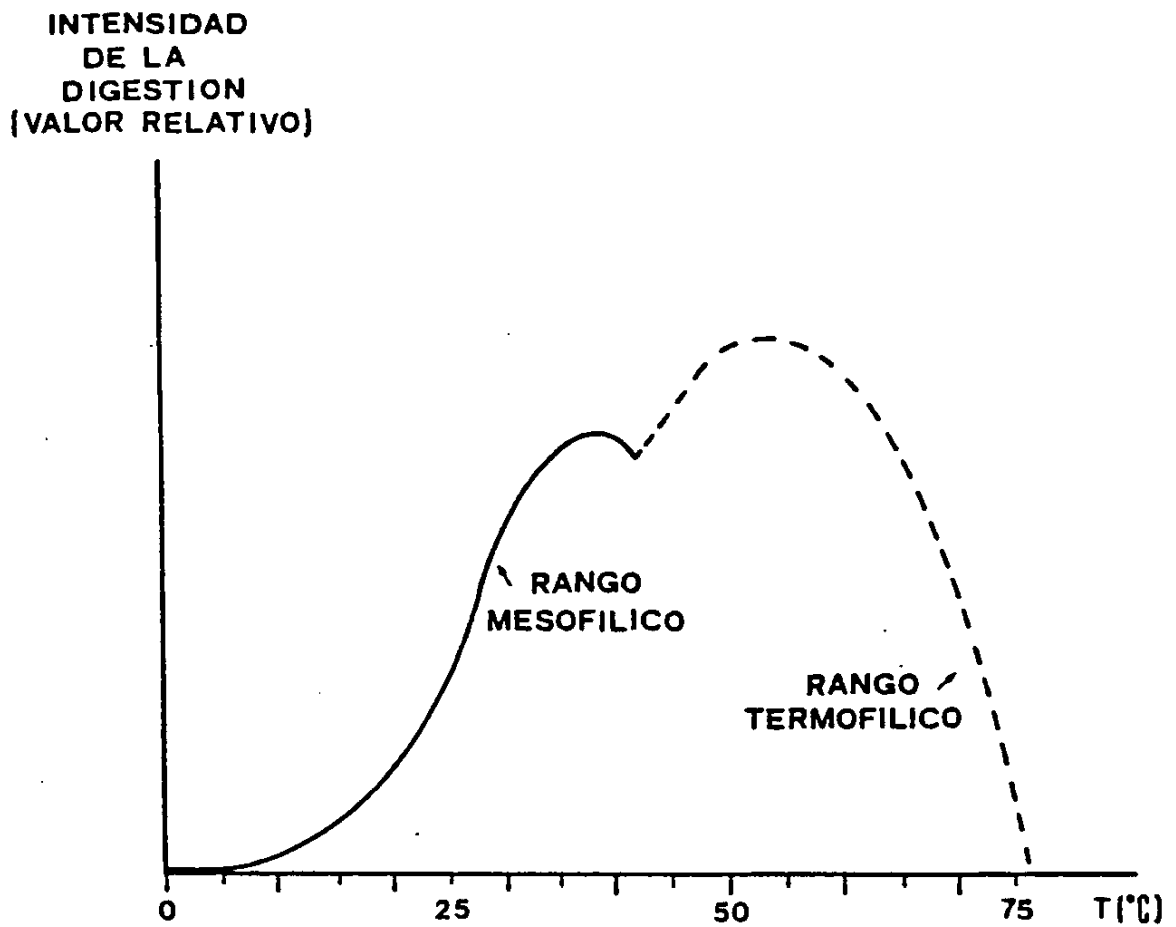


FIGURA 1.1

*Influencia de la temperatura sobre la digestión anaerobia*

condiciona fuertemente el diseño del sistema. Esta toxicidad viene afectada por gran número de factores como la presión parcial, composición del medio de crecimiento, velocidad de crecimiento o densidad de población, y por ello los niveles de toxicidad no están claramente fijados ni hay un mecanismo de inhibición del crecimiento bacteriano ampliamente aceptado.

- Metales pesados

Principalmente hay referencias de cobre, cinc y níquel, aunque es previsible que no sean los únicos metales que son tóxicos.

- Sulfuros

Se proponen tres orígenes de toxicidad por azufre:

a) El sulfuro formado en la reducción bacteriana del sulfato, que es tóxico por sí mismo.

b) El sulfuro producido en la reducción del sulfato precipita oligoelementos esenciales (Fe, Co, Ni, Mo) y con ello hay falta de estos elementos.

c) La reducción del sulfato a sulfuro, por ser más favorable termodinámicamente, acapara los electrones disponibles para la reducción del metano

- Amoníaco

Por encima de 700 ppm actúa como inhibidor, afectando además al pH por encima de 3.000 ppm.

- Compuestos orgánicos

Se incluyen aquí los detergentes, pesticidas, antibióticos y similares, que tienen dos mecanismos de acción;

a) Químico, desviando el flujo de electrones de los procesos redox hacia otras reacciones.

b) Biológico, destruyendo la pared celular de los microorganismos, rompiendo así el adecuado balance.

\* Tiempo de retención hidráulico

El tiempo de retención hidráulico (TRH) se define de la forma:

$$\theta = \frac{V}{Q} \quad (\text{días}) \quad [1.2]$$

siendo V el volumen del digestor y Q el caudal de alimentación.

Un TRH elevado permite una gran conversión del sustrato y un gran rendimiento en gas, pero exigirá un gran volumen de reactor o una baja velocidad de alimentación. El TRH está además acotado inferiormente por el tiempo necesario para reponer la población microbiana arrastrada por el efluente.

Hay que distinguir entre el TRH y el TRS (tiempo de retención de sólidos), iguales en un reactor de mezcla completa pero no en sistemas con líquidos sobrenadantes o con sólidos o microorganismos fijados sobre un soporte. Es en esta diferencia en la que se basan gran cantidad de propuestas de mejora de digestores que se están estudiando en la actualidad.

Los límites inferiores de TRH en reactores de mezcla completa están alrededor de 8 - 20 días.

#### \* Velocidad de alimentación

Esta variable expresa la masa de sustrato por unidad de volumen introducida en el digestor en la unidad de tiempo. Niveles bajos de esta variable producen baja actividad metabólica de los microorganismos y, por tanto, baja producción; por otra parte, un nivel demasiado elevado provoca la sobrecarga del sistema y la ruptura del balance de microorganismos. Se puede considerar como intermedio una alimentación de 1 kg SV/m<sup>3</sup>.día, pero los valores límites varían mucho con la naturaleza del sustrato.

#### \* Contenido en sólidos

La complejidad de los sustratos provoca la presencia de distintas fracciones de sólidos en cuanto a su comportamiento en el sistema, como se muestra en la Figura 1.2.

De los sólidos totales, una parte está formada por sales y compuestos inorgánicos no volátiles, que no participan en el proceso. Dentro de los sólidos volátiles (que se consideran potencialmente biodegradables) hay otra fracción no digerible, que se denominará sólidos volátiles refractarios (formados por lignina, grasas, etc.).

Una concentración elevada de sólidos provocará dificultades en la transferencia de materia y en la movilidad de los microorganismos,

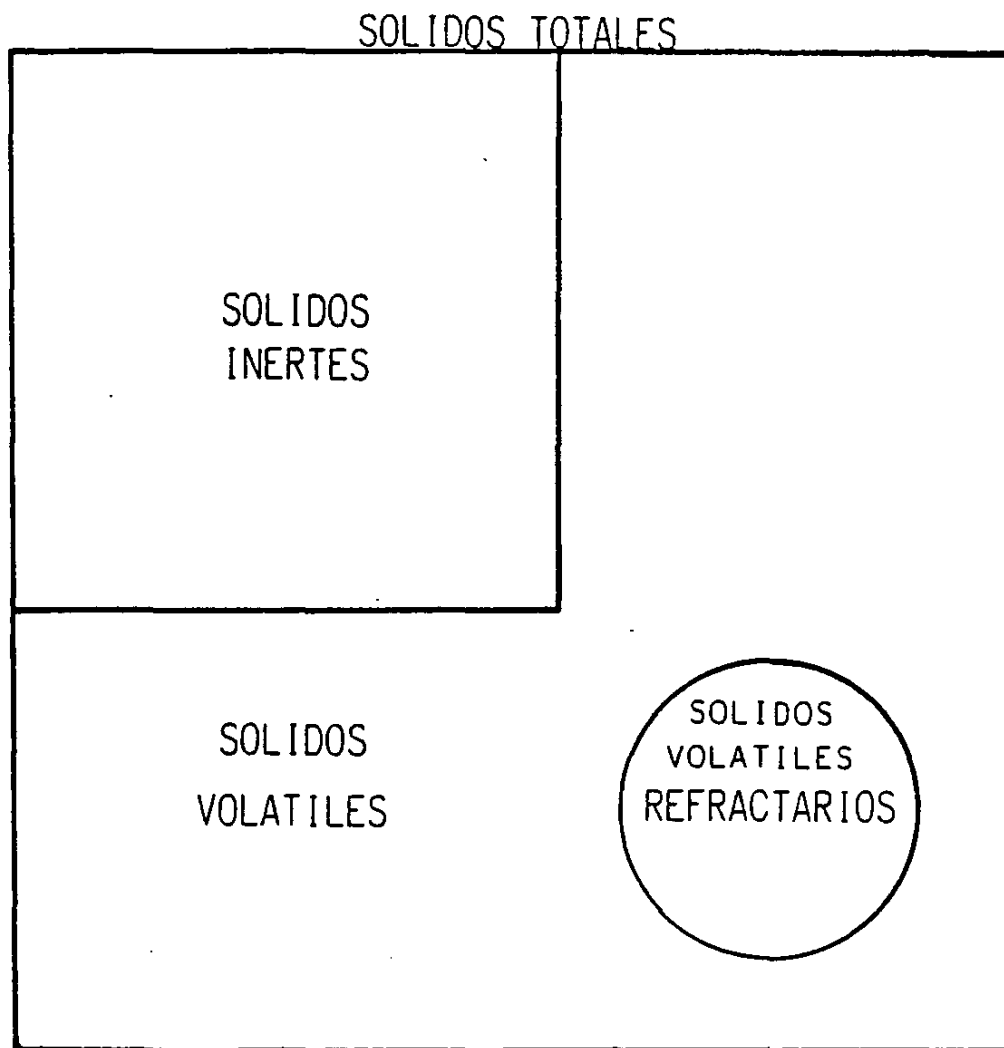


FIGURA 1.2

*Composición de los sólidos de un residuo complejo.*

considerándose el límite superior de esta variable el 15 % en ST. Una baja concentración de sólidos impedirá la fijación de microorganismos, pero el límite inferior dependerá del diseño del digestor, y no está claramente fijado.

Las tres últimas variables citadas, TRH, velocidad de alimentación y sólidos volátiles tienen una evidente interdependencia. Una vez fijado el contenido en sólidos, el aumento de la velocidad de alimentación hace disminuir el TRH y con ello el volumen del digestor, pero también el rendimiento de degradación de carga orgánica o en velocidad de producción de gas.

## CINETICA DE LA DIGESTION ANAEROBIA

Los modelos propuestos hasta ahora pueden clasificarse en tres grupos:

- \* Modelos basados en cinéticas de primer orden respecto al sustrato.
- \* Modelos basados en la cinética del crecimiento microbiano según el modelo de Monod.
- \* Modelos basados en la cinética de crecimiento microbiano según el modelo de Contois.

Los modelos cinéticos de primer orden son los más simples, pero no contemplan la presencia de microorganismos, y no predicen condiciones óptimas de operación ni de fracaso del sistema, por lo que son de poca utilidad en el diseño.

Los otros dos grupos de modelos tienen hipótesis comunes:

- El aumento de la concentración de sustrato implica un aumento en la población microbiana.
- La velocidad de desaparición de sustrato es proporcional al aumento de concentración de microorganismos.
- La curva de crecimiento de la población microbiana tiene tres etapas: latencia, logarítmica y estacionaria, cumpliéndose en la etapa logarítmica la relación:

$$\ln \frac{X}{X_0} = \mu t \quad [1.4]$$

donde  $\mu$  es la velocidad específica de crecimiento de microorganismos.

- La relación entre masa celular y masa de sustrato es de la forma:

$$\frac{dX}{dS} = - Y \quad [1.6]$$

Bajo estas hipótesis, Monod y Contois proponen dos modelos para determinar el comportamiento de la velocidad específica de crecimiento de microorganismos.

Monod propone:

$$\mu = \frac{\mu_m S}{K_m + S} \quad [1.7]$$

ecuación formalmente similar a la cinética enzimática de Michaelis-Menten, siendo  $\mu_m$  el valor máximo de  $\mu$ ,  $K_m$  una constante del modelo y  $S$  la concentración de sustrato.

Contois propone:

$$\mu = \frac{\mu_m S}{KX + S} \quad [1.8]$$

siendo  $K$  un parámetro cinético y  $X$  la concentración de microorganismos.

Diversos autores han propuesto otros modelos en los que el número de parámetros hace muy difícil su utilización práctica, por lo que no serán considerados aquí.

La aplicación de estos modelos a reactores de mezcla completa en funcionamiento continuo y con alimentación estéril lleva a las siguientes ecuaciones:

Modelos de primer orden:

$$S = \frac{S_0}{K\theta + 1} \quad [1.19]$$

que, como ya se ha indicado, no contempla la presencia de microorganismos.

Modelos tipo Monod:

$$S = \frac{K_m}{\mu_m \theta - 1} \quad [1.20]$$

que considera que la concentración de sustrato no depende de la concentración inicial pero sí contempla la presencia de microorganismos a través de  $\mu_m$  y  $K_m$ . Plantean dificultades a TRH muy cortos y muy largos.

Modelos tipo Contois:

$$S = S_0 \frac{KY}{\mu_m \theta + KY - 1} \quad [1.21]$$

(Chen y Hashimoto, 1978) que considera la influencia de la concentración inicial de sustrato y el comportamiento de los microorganismos.

Este último modelo es el más completo, aún cuando tiene ciertos inconvenientes:

- \* No es general, ya que sólo contempla sistemas de mezcla completa y no otro tipo de reactores más sofisticados.
- \* No es aplicable en cualquier condición a sustratos complejos no estériles.

## OBJETIVOS DE LA PRESENTE INVESTIGACION

\* Desarrollo de un modelo cinético que contemple la existencia de alimentación no estéril, con objeto de intentar explicar el comportamiento del sistema en un rango suficientemente amplio de condiciones en un reactor agitado de mezcla completa.

\* Aplicación de ese modelo a la fermentación anaerobia de lodos de depuradora, observando tanto la producción de metano como la concentración de sustrato en el efluente.

## 2.- DESARROLLO DEL MODELO

### HIPOTESIS DE PARTIDA

Se partirá de las siguientes hipótesis:

\* Crecimiento bacteriano exponencial con el tiempo:

$$\mu = \frac{1}{X} \cdot \frac{dX}{dt} \quad [2.2]$$

\* Digestor tipo tanque agitado de mezcla completa en régimen estacionario y sin recirculación de sólidos, cuyo balance de microorganismos dará:

$$\mu X = (X - X_0) \frac{1}{\theta} \quad [2.3]$$

\* Velocidad específica de crecimiento de microorganismos definida según el modelo de Contois:

$$\mu = \frac{\mu_m S}{KX + S} \quad [2.9]$$

\* Aumento lineal de la concentración de microorganismos respecto a la degradación del sustrato:

$$\frac{dX}{dS} = -Y \quad [2.5]$$

Integrando [2.5] y sustituyendo en [2.3] se obtiene:

$$\mu = \frac{Y(S_0 - S)}{Y(S_0 - S) + X_0} \cdot \frac{1}{\theta} \quad [2.7]$$

Igualando esta expresión a [2.9], dividiendo por  $S_0$  e introduciendo el parámetro adimensional  $a$ , definido como:

$$a = \frac{X_0}{S_0 Y} \quad [2.11]$$

se obtiene la ecuación:

$$-\mu_m(a+1) J\theta + \mu_m J^2\theta + (KY-1) J^2 + [1-KY(a+2)] J + KY(a+1) = 0 \quad [2.12]$$

en la que  $J$  es la concentración adimensional de sustrato:

$$J = \frac{S}{S_0} \quad [2.13]$$

### ANALISIS DE LA ECUACION DEL MODELO

Las condiciones límites de la ecuación [2.12] son:

\* Cuando  $\theta \rightarrow 0$  se obtiene:

$$(KY-1) J^2 + [1-KY(a+2)] J + KY(a+1) = 0 \quad [2.14]$$

ecuación de segundo grado de soluciones:

$$J_{01} = \frac{KY(1+a)}{KY - 1} \quad [2.15]$$

$$J_{02} = 1 \quad [2.16]$$

\* Cuando  $\theta \rightarrow \infty$  se obtiene:

$$- \mu_m(a+1) J + \mu_m J^2 = 0 \quad [2.18]$$

cuyas soluciones son:

$$J_{-1} = 0 \quad [2.19]$$

$$J_{-2} = a+1 \quad [2.20]$$

El análisis físico del proceso permite deducir que cuando  $\theta \rightarrow 0$ ,  $S \rightarrow S_0$  y, por tanto,  $J \rightarrow 1$ . Por otro lado, para  $\theta \rightarrow \infty$ ,  $S \rightarrow 0$  y  $J \rightarrow 0$ . En consecuencia sólo una pareja de soluciones tiene significado físico, siendo la otra pareja de soluciones consecuencia del desarrollo matemático del modelo.

La utilización de la ecuación matemática del modelo propuesto exige calcular los parámetros  $\mu_m$ ,  $a$ ,  $KY$ , que no se pueden deducir por

consideraciones teóricas. Por tanto, es necesario disponer de datos experimentales y transformar dicha ecuación en otra que se pueda ajustar mediante una regresión.

Para ello se deben definir nuevas variables, combinación de  $J$  y  $\theta$ , posibilitando una regresión lineal múltiple. Son factibles varias combinaciones, como se muestra en la Tabla 2.1. En ellas se obtienen cuatro coeficientes para sólo tres parámetros, debido a que hay un coeficiente de la ecuación [2.12] que es combinación lineal de otros dos. De este conjunto de posibilidades se elegirá la mejor ecuación de ajuste, tomando como criterio los coeficientes de correlación de cada una.

Una vez determinados los parámetros del modelo, se pueden obtener una ecuación de  $J$  como función de  $\theta$ :

$$(\mu_m\theta + KY - 1) J^2 + [1 - KY(a+2) - \mu_m(a+1)\theta] J + KY(a+1) = 0 \quad [2.27]$$

$$J = \frac{KY(a+2) + \mu_m(a+1)\theta - 1}{2(\mu_m\theta + KY - 1)} \pm \frac{([1 - KY(a+2) - \mu_m(a+1)\theta]^2 - 4KY(\mu_m\theta + KY - 1)(a+1))^{1/2}}{2(\mu_m\theta + KY - 1)} \quad [2.28]$$

La existencia de una raíz cuadrada exige el análisis del discriminante  $\Delta$  en previsión de raíces negativas:

$$\Delta = \mu_m^2(a+1)^2 \theta^2 + 2\mu_m(a+1)(aKY - 1) \theta + (aKY + 1)^2 \quad [2.29]$$

Analizando  $\Delta$  se obtiene que es una parábola con un mínimo para:

$$(\theta)_{\min} = \frac{1 - aKY}{\mu_m(a+1)} \quad [2.32]$$

valor que sustituido en [2.29] permite obtener:

$$(\Delta)_{\min} = 4 aKY \quad [2.33]$$

y, por tanto, si este valor es positivo, la función será continua.

En caso contrario, la discontinuidad comenzaría en caso de  $\Delta = 0$ ,

TABLA 2.1

Linealización de la ecuación general

$\epsilon$ : término independiente

[ ]: coeficiente del término correspondiente

Despejar	Multiplicar	Función resultante
$J\theta$	$1/J$	$\theta = f \{ [ J\theta ], [ J ], \epsilon , [ 1/J ] \}$
$J^2\theta$	$1/J$	$J = f \{ \epsilon , [ J/\theta ], [ 1/\theta ], [ 1/J\theta ] \}$
$J^2\theta$	$1/J^2$	$\theta = f \{ [ \theta/J ], \epsilon , [ 1/J ], [ 1/J^2 ] \}$
$J^2\theta$	$1/J$	$J\theta = f \{ [ \theta ], [ J ], \epsilon , [ 1/J ] \}$
$J^2$	$1/J$	$J = f \{ [ \theta ], [ J\theta ], \epsilon , [ 1/J ] \}$
$J$	---	$J = f \{ [ J\theta ], [ J^2\theta ], [ J^2 ], \epsilon \}$

y por ello:

$$\theta_{crit} = \frac{1 - aKY \pm 2(-aKY)^{1/2}}{\mu_m(a+1)} \quad [2.35]$$

que sólo existirá si  $aKY$  es negativo.

En este modelo, si se considera la alimentación estéril, es decir,  $X_0 = 0$ , se tiene que  $a = 0$ , y la ecuación [2.12] se transforma en:

$$- \mu_m J\theta + \mu_m J^2\theta + (KY-1) J^2 + (1-2KY) J + KY = 0 \quad [2.38]$$

o, lo que es lo mismo:

$$[- \mu_m J\theta + (1-KY) J + KY] (1-J) = 0 \quad [2.39]$$

El primer término de esta ecuación es deducible de la ecuación obtenida por Chen y Hashimoto, ya que:

$$S = S_0 \frac{KY}{\mu_m\theta + KY - 1} \quad [1.21]$$

$$J = \frac{KY}{\mu_m\theta + KY - 1}$$

y así:

$$- \mu_m J\theta + (1-KY) J + KY = 0 \quad [2.37]$$

Por tanto, el modelo presentado engloba como caso particular a este modelo para alimentación estéril.

## ECUACIONES DE APLICACION

La ecuación [2.12] representa la variación de la concentración de sustrato biodegradable frente al tiempo de retención hidráulico y ésta concentración no es fácilmente medible, ya que no es exactamente igual a los sólidos volátiles ni a la DQO, como ya se ha indicado anteriormente.

Por tanto, se introducen dos variables directamente medibles:

producción de metano,  $B$  ( $m^3CH_4/kg$  SV) y concentración de sólidos volátiles totales,  $S_T$  ( $kg$  SV/ $m^3$ ).

### Ecuación para la producción de metano

Si se denomina  $B$  al volumen de metano producido por unidad de masa de SV añadidos al digestor y  $B_\infty$  a la producción a TRH infinito, se tendrá que:

$$J = \frac{S}{S_0} = \frac{B_\infty - B}{B_\infty} \quad [2.40]$$

donde  $B_\infty$  puede ser obtenido en un experimento discontinuo. Con ello, [2.12] se convierte en:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\mu_m}{B_\infty}\right)(a-1) B\theta + \left(\frac{\mu_m}{B_\infty^2}\right) B^2\theta + \left(\frac{KY-1}{B_\infty^2}\right) B^2 + \left(\frac{1+aKY}{B_\infty}\right) B + \\ + (-\mu_m a) \theta = 0 \end{aligned} \quad [2.41]$$

ecuación adimensional que permite predecir la producción de metano para cada TRH y cuya linealización genera una ecuación de cuatro coeficientes para determinar los cuatro parámetros del modelo,  $\beta_\infty$ ,  $a$ ,  $KY$ ,  $\mu_m$ .

### Ecuación para la degradación del sustrato

Si se considera que los sólidos volátiles totales,  $S_T$  están formados por los biodegradables,  $S$ , más los refractarios,  $S_R$ , se tiene que:

$$S_T = S + S_R \quad [2.46]$$

$$S_{T0} = S_0 + S_R \quad [2.47]$$

obteniéndose:

$$J = \frac{S}{S_0} = \frac{S_T - S_R}{S_{T0} - S_R} \quad [2.48]$$

y definiendo el coeficiente refractario como:

$$R = \frac{S_R}{S_{T_0}} \quad [2.49]$$

se tiene:

$$J = \frac{(S_T/S_{T_0}) - R}{1 - R} \quad [2.50]$$

Definiendo ahora la variable adimensional,  $\rho$ :

$$\rho = \frac{S_T}{S_{T_0}} \quad [2.51]$$

con lo que:

$$J = \frac{\rho - R}{1 - R} \quad [2.52]$$

y sustituyendo [2.52] en [2.12], se obtiene una ecuación con las variables  $\rho$  y  $\theta$  y los parámetros  $R$ ,  $a$ ,  $KY$ ,  $\mu_m$ :

$$\begin{aligned} & - (\mu_m[a(1-R)+(1+R)]) \rho\theta + \mu_m \rho^2\theta + (KY-1) \rho^2 + (R+1-KY[a(1-R)+2]) \rho + \\ & + \mu_m[aR(1-R)+R] \theta + (KY[a(1-R)+1]-R) = 0 \end{aligned} \quad [2.53]$$

Al linealizar esta ecuación hay cinco coeficientes para cuatro parámetros, debido a que un coeficiente es combinación lineal de otros dos.

Tal como ocurría en el análisis de la ecuación general [2.12], la función es continua o no, y tiene discontinuidades bajo las mismas condiciones que entonces se indicaron, y estas ecuaciones, como aquéllas, presentan dos conjuntos de soluciones de las que sólo uno tiene significado físico real.

#### CONSIDERACIONES SOBRE EL MODELO PROPUESTO.

Aunque las ecuaciones para la producción de gas, [2.41], y de degradación del sustrato, [2.53], han sido obtenidas en base a consideraciones físicas realizadas sobre un proceso de digestión

anaerobia, ninguna de las hipótesis sobre las que se fundamenta el modelo son exclusivas de la fermentación anaerobia y, por tanto, pueden ser válidas, en principio, para cualquier otro proceso de fermentación.

Haciendo la alimentación estéril, se tendría una simplificación, al ser  $a = 0$ , y con un sustrato simple totalmente biodegradable,  $R = 0$ .

Sin embargo, este modelo no permite estimar la concentración de microorganismos, ya que  $Y$  no suele ser un valor conocido. Sólo operando con sustratos esterilizados e inoculados con una concentración determinada de microorganismos, se podría obtener  $Y$ .

Por todo ello, se opta por la fermentación anaerobia para considerar el comportamiento del modelo frente a los datos experimentales en su aspecto más generalizado.

### 3.- APLICACION DEL MODELO A LA DIGESTION ANAEROBIA

#### ELECCION DEL SUSTRATO

Como sustrato no estéril para la fermentación anaerobia se escogieron lodos de depuradora, por los siguientes motivos:

- \* Población adecuada de microorganismos, que producen una fermentación espontánea.
- \* Contenido adecuado de nutrientes, al ser de procedencia animal.
- \* Composición física y química aceptablemente homogénea.
- \* Disponibilidad
- \* Ausencia de estudios a TRH bajos, aparentemente debido a la discrepancia de los datos experimentales y los valores predichos por los modelos propuestos.

#### TECNICA EXPERIMENTAL

##### \* Acondicionamiento del lodo

Los lodos se recogieron en la depuradora municipal de Santa Cruz de Tenerife con una baja concentración en sólidos (5 g/l), que obligó a su concentración por sedimentación y filtración posterior.

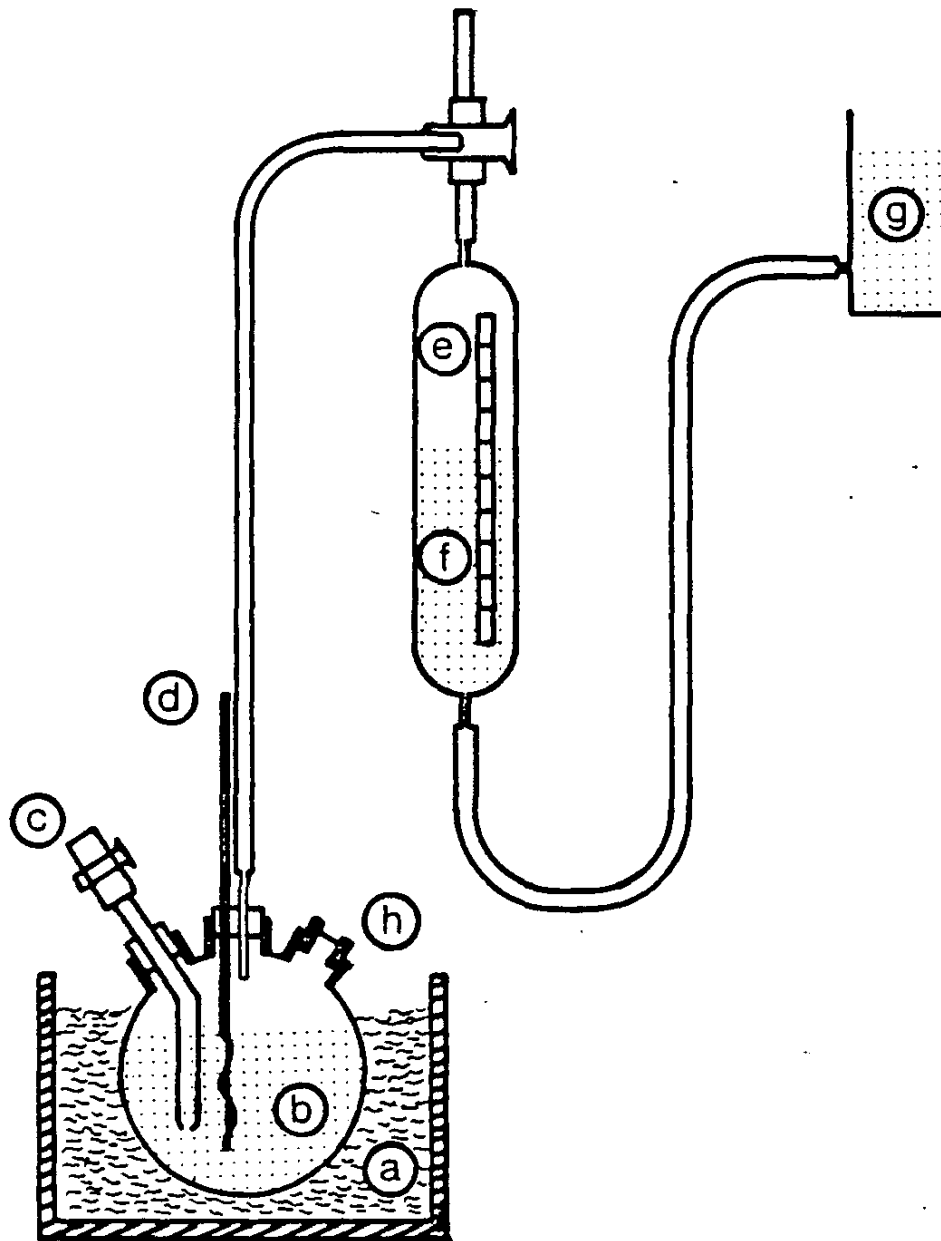
##### \* Descripción del digestor anaerobio

Se utilizaron reactores de vidrio de 1 litro de capacidad, a temperatura constante, agitados, estancos y con los accesorios para el acceso al lodo y la recogida de gases. Estos se recogían en una bureta de gases y las muestras de los mismos para su análisis se tomaban directamente del reactor (Figura 3.1).

Se trabajó a  $37 \pm 0,8$  °C y la digestión se realizó con alimentación semicontinua cada 24 horas. Diariamente se extraía un volumen de lodos igual al alimentado, que se utilizaba para realizar medidas de pH y DQO. Una vez alcanzado el estado estacionario, se promediaban los resultados de 8 días de operación.

También se realizó un experimento de digestión discontinua, permitiendo la finalización del proceso por agotamiento del sustrato.

##### \* Método de análisis



a.- baño termostático

b.- fermentador

c.- toma de muestras

d.- agitador

e.- biogás

f.- agua acidulada

g.- depósito de expansión

h.- toma de muestras de biogás

FIGURA 3.1

*Esquema del sistema de digestión anaerobia*

El análisis del gas se realizó por cromatografía de gases con una columna de tamices moleculares Carbosieve-S y detector de conductividad térmica. Se usó helio como gas portador y el método permitía la determinación de nitrógeno, oxígeno, metano y dióxido de carbono de las muestras gaseosas.

Las determinaciones de sólidos y DQO se realizaron de acuerdo a los Standard Methods, y el pH se midió con un electrodo combinado de vidrio.

#### \* Resultados experimentales

Se realizaron experimentos semicontínuos a concentración de la alimentación constante, observando la dependencia de la degradación del sustrato y de la producción de metano con el TRH. Además se hizo un experimento discontinuo para determinar los valores máximos de producción de metano y de degradación del sustrato.

#### AJUSTE DE DATOS Y HOMOGENIZACION DE ECUACIONES

El ajuste de los datos experimentales se realizó por regresión lineal, redefiniendo las variables, con ayuda de un paquete estadístico del ordenador del Centro de Cálculo de esta Universidad. Las ecuaciones:

$$-\mu_m J\theta + (1-KY) J + KY = 0 \quad [2.37]$$

y

$$\begin{aligned} &-\mu_m(a+1) J\theta + \mu_m J^2\theta + (KY-1) J^2 + \\ &[1-KY(a+2)] J + KY(a+1) = 0 \end{aligned} \quad [2.12]$$

se utilizarán para la homogenización. Así, multiplicando [2.37] por -J, se obtiene:

$$\mu_m J^2\theta + (KY-1) J^2 - KY J = 0 \quad [3.1]$$

De esta forma, [2.12] y [3.1] tienen ciertos términos comunes, y otros añadidos, en el modelo no estéril, adaptándose a continuación a

los datos experimentales de producción de metano y degradación del sustrato.

\* Producción de metano

Se utilizarán las ecuaciones:

$$\left(-\frac{\mu_m}{B_m}\right) B\theta + \left(\frac{\mu_m}{B_m^2}\right) B^2\theta + \left(\frac{KY-1}{B_m^2}\right) B^2 + \left(\frac{1}{B_m}\right) B = 0 \quad [3.2]$$

y

$$\left[\frac{\mu_m(a-1)}{B_m}\right] B\theta + \left(\frac{\mu_m}{B_m^2}\right) B^2\theta + \left(\frac{KY-1}{B_m^2}\right) B^2 + \left(\frac{1+aKY}{B_m}\right) B + (-\mu_m a) \theta = 0 \quad [2.41]$$

Al linealizarlas se debe obtener un término independiente, ya que éste existirá siempre en el resultado del ajuste, con lo que se eliminan algunas de las posibilidades de linealización. Estas fueron las indicadas en la Tabla 3.12. En ella, los tres primeros coeficientes son comunes a ambos modelos, y el último sólo es válido para el no estéril. Tras el ajuste, se obtienen los valores de correlación múltiple indicados en la Tabla 3.14.

Se observa que siempre se obtiene mejor correlación con el modelo no estéril propuesto que con el estéril, aunque en parte este hecho puede ser debido a la existencia de una variable adicional.

En cualquier caso, la ecuación denominada MET-1 da el mejor ajuste y se utilizarán sus coeficientes como fuente para la obtención de los parámetros del modelo.

\* Degradación del sustrato

Se utilizarán las ecuaciones:

$$(-\mu_m R) \rho\theta + (\mu_m) \rho^2\theta + (KY-1) \rho^2 + (R-KY) \rho = 0 \quad [3.4]$$

y

TABLA 3.12

Linealización de la ecuación de producción de metano

$\epsilon$ : término independiente

[ ]: coeficiente del término correspondiente

Nombre	Despejar	Multiplicar	Función resultante
MET-1	$B\theta$	$1/B$	$\theta = f\{[ B\theta ], [ B ], \epsilon ; [ \theta/B ]\}$
MET-2	$B^2\theta$	$1/B\theta$	$B = f\{ \epsilon , [ B/\theta ], [ 1/\theta ]; [ 1/B ]\}$
MET-3	$B^2\theta$	$1/B^2$	$\theta = f\{ [ \theta/B ], \epsilon , [ 1/B ]; [ \theta/B^2 ]\}$
MET-4	$B^2\theta$	$1/B$	$B\theta = f\{ [ \theta ], [ B ], \epsilon ; [ \theta/B ]\}$
MET-5	$B^2$	$1/B$	$B = f [ \theta ], [ B\theta ], \epsilon ; [ \theta/B ]\}$

TABLA 3.14

Producción de metano:

Comparación de ecuaciones linealizadas

Nombre	Estéril		No estéril	
	$\bar{r}_s$	$r_m$	$\bar{r}_s$	$r_m$
MET-1	0,98065	0,99765	0,97961	0,99982
MET-2	0,82387	0,86477	0,86300	0,99238
MET-3	0,92001	0,97949	0,66315	0,99866
MET-4	0,96910	0,99602	0,96356	0,99953
MET-5	0,95600	0,97949	0,95430	0,99328

$$\begin{aligned}
& - \{ \mu_m [a(1-R) + (1+R)] \} \rho \theta + \mu_m \rho^2 \theta + (KY-1) \rho^2 + (R+1-KY[a(1-R)+2]) \rho + \\
& + \mu_m [aR(1-R)+R] \theta + \{ KY[a(1-R)+1]-R \} = 0 \quad [2.53]
\end{aligned}$$

Ambas ecuaciones contienen términos en  $\rho\theta$ ,  $\rho^2\theta$ ,  $\rho^2$  y  $\rho$ , teniendo la [2.53] además un término en  $\theta$  y otro independiente.

Al linealizarlas se deben obtener también ecuaciones con término independiente, considerando las posibilidades mostradas en la Tabla 3.15. Tras ajustar, se obtienen los valores que se muestran en la Tabla 3.17. En ella se observa que SUS-1, SUS-3 y SUS-4 ajustan bien, pero SUS-3 pierde una variable en el modelo estéril y SUS-4 no la pierde en el no estéril. Ello hace que en los ajustes no haya el mismo número de parámetros que de coeficientes.

Estas eliminaciones de variables las realiza el propio sistema estadístico al sobrepasar ciertos límites de ajuste. Por tanto, se ajusta con la ecuación SUS-1 y se obtienen de ahí los parámetros.

## OBTENCION DE PARAMETROS EN LA PRODUCCION DE METANO

### \* Modelo estéril

Usando MET-1:

$$\theta = \left( \frac{1}{B_\infty} \right) B\theta + \left( \frac{KY-1}{B-\mu_m} \right) B + \frac{1}{\mu_m} \quad [3.6]$$

se obtiene:

$$\begin{aligned}
B_\infty &= 0,312 \text{ (m}^3 \text{ CH}_4 \text{/kg SV)} \\
\mu_m &= -2,233 \text{ (días}^{-1}\text{)} \\
KY &= -37,425 \\
r &= 0,99765
\end{aligned} \quad [3.11]$$

### \* Modelo no estéril

Utilizando la ecuación MET-1:

$$\theta = \left[ \frac{1}{B_\infty(1-a)} \right] B\theta + \left[ \frac{KY-1}{B-\mu_m(1-a)} \right] B + \left( \frac{-aB_\infty}{1-a} \right) \frac{\theta}{B} + \left[ \frac{1+aKY}{\mu_m(1-a)} \right] \quad [3.12]$$

TABLA 3.15

Linealización de la ecuación de degradación del sustrato

$\epsilon$ : término independiente

[ ]: coeficiente del término correspondiente

Nombre	Despejar	Multiplicar	Función resultante
SUS-1	$\rho\theta$	$1/\rho$	$\theta = f([ \rho\theta ], [ \rho ], \epsilon ; [ \theta/\rho ], [ 1/\rho ])$
SUS-2	$\rho^2\theta$	$1/\rho\theta$	$\rho = f(\epsilon , [ \rho/\theta ], [ 1/\theta ]; [ 1/\rho ], [ 1/\rho\theta ])$
SUS-3	$\rho^2\theta$	$1/\rho^2$	$\theta = f([ \theta/\rho ], \epsilon , [ 1/\rho ]; [ \theta/\rho^2 ], [ 1/\rho^2 ])$
SUS-4	$\rho^2\theta$	$1/\rho$	$\rho\theta = f([ \theta ], [ \rho ], \epsilon ; [ \theta/\rho ], [ 1/\rho ])$
SUS-5	$\rho^2$	$1/\rho$	$\rho = f([ \theta ], [ \rho\theta ], \epsilon ; [ \theta/\rho ], [ 1/\rho ])$

TABLA 3.17

Degradación de sustrato:

Comparación de las ecuaciones linealizadas

Nombre	Estéril			No estéril		
	$\bar{r}_s$	$r_m$	Variable eliminada	$\bar{r}_s$	$r_m$	Variable eliminada
SUS-1	0,97921	0,99020	---	0,98369	0,99996	$1/\rho$
SUS-2	0,75723	0,76279	---	0,83170	0,99774	$1/\theta$
SUS-3	0,99265	0,99265	$1/\rho$	0,98446	0,99986	$1/\rho$
SUS-4	0,96951	0,98234	---	0,95804	0,99974	---
SUS-5	0,96643	0,97620	---	0,97171	0,99912	$\theta$

se obtienen los dos conjuntos de soluciones:

$$\begin{aligned} B_{\infty} &= 0,283 \text{ (m}^3 \text{ CH}_4\text{/kg SV)} \\ a &= - 0,332 \\ KY &= 60,476 \\ \mu_m &= 5,161 \text{ (días}^{-1}\text{)} \end{aligned} \quad [3.17]$$

$$r = 0,99982$$

$$\begin{aligned} B_{\infty} &= 0,094 \text{ (m}^3 \text{ CH}_4\text{/kg SV)} \\ a &= - 3,012 \\ KY &= 0,017 \\ \mu_m &= - 0,085 \text{ (días}^{-1}\text{)} \end{aligned} \quad [3.18]$$

de los que se debe determinar aquél que tiene sentido físico. Una referencia útil será el dato obtenido en el experimento discontinuo realizado, en el que se obtiene experimentalmente que  $B_{\infty} = 0,278$  ( $\text{m}^3\text{CH}_4\text{/kg SV}$ ).

Recuérdese que  $KY$  y  $a$  no tienen significado físico,  $\mu_m$  es la velocidad específica máxima de crecimiento de microorganismos y  $B_{\infty}$  es la máxima producción de metano.

Analizando los resultados se observa que:

- Modelo estéril:

$B_{\infty} = 0,312$  tiene un 12 % de discrepancia con el valor experimental y  $\mu_m$  es negativa. Como ya se ha comentado con anterioridad, este modelo presenta inconsistencias a TRH bajos.

- Modelo no estéril:

El conjunto de soluciones [3.18] tiene los mismos problemas,  $B_{\infty}$  alejado del experimental y  $\mu_m$  negativa. En cambio, [3.17] presenta un error de  $B_{\infty}$  menor del 2 % y una  $\mu_m$  positiva.

Con objeto de establecer ahora la validez del modelo propuesto se repitieron los ajustes anteriores, pero eliminado los datos obtenidos para TRH inferiores a 6 días. Al hacerlo se obtuvo para el modelo estéril:

$$\begin{aligned}
B_{\infty} &= 0,278 \text{ (m}^3 \text{ CH}_4\text{/kg SV)} \\
\mu_m &= 0,405 \text{ (días}^{-1}\text{)} \\
KY &= 3,181 \\
r &= 0,99838
\end{aligned}
\tag{3.22}$$

La correlación mejora y los resultados de los parámetros son coherentes, mostrando que este modelo no es aplicable a bajos TRH.

En cambio, si se eliminan los datos de TRH inferiores a 6 días y se aplica al resto el modelo no estéril propuesto, se obtiene:

$$\begin{aligned}
B_{\infty} &= 0,315 \text{ (m}^3 \text{ CH}_4\text{/kg SV)} \\
a &= -0,479 \\
\mu_m &= -4,897 \text{ (días}^{-1}\text{)} \\
KY &= -85,060
\end{aligned}
\tag{3.24}$$

$$r = 0,99995$$

$$\begin{aligned}
B_{\infty} &= 0,151 \text{ (m}^3 \text{ CH}_4\text{/kg SV)} \\
a &= -2,089 \\
\mu_m &= -0,058 \text{ (días}^{-1}\text{)} \\
KY &= -0,012
\end{aligned}
\tag{3.25}$$

soluciones alejadas de los resultados físicos, a pesar de su elevado coeficiente de correlación, y que muestran que la aplicación del modelo no estéril propuesto exige datos de TRH bajos.

### SIMULACION DE LA PRODUCCION DE METANO

Resolviendo la ecuación [2.41] para cada TRH, se obtiene:

$$\begin{aligned}
B &= \frac{B_{\infty}[\mu_m(1-a)\theta - aKY - 1]}{2(\mu_m\theta - 1 + KY)} \pm \\
&\pm \frac{B_{\infty}\{[\mu_m(a+1)\theta + aKY + 1]^2 - 4\mu_m(a+1)\theta\}^{1/2}}{2(\mu_m\theta - 1 + KY)}
\end{aligned}
\tag{3.26}$$

Aplicando el conjunto de parámetros [3.17] se encuentra que, al ser aKY negativo, en el intervalo  $3,51 \leq \theta \leq 8,71$  días, no hay solu-

ciones reales y, en la zona real, se obtienen dos soluciones de B.

Analizando las diferentes partes de esta ecuación por separado, se observa que determinados términos son despreciables por su influencia en el valor final, y que al eliminarlos, desaparece la discontinuidad. Se obtiene con ello una ecuación simplificada de la forma:

$$B = B_{\infty} \left\{ \frac{\mu_m(1-a)\theta - aKY - 1 \pm [\mu_m(a+1)\theta + aKY + 1]}{2(\mu_m\theta - 1 + KY)} \right\} \quad [3.31]$$

cuyas soluciones son:

$$B_{(+)} = B_{\infty} \left[ 1 - \frac{(a+1)(\mu_m\theta + KY)}{\mu_m\theta - 1 + KY} \right] \quad [3.32]$$

$$B_{(-)} = B_{\infty} \left[ 1 - \frac{KY - 1}{\mu_m\theta - 1 + KY} \right] \quad [3.33]$$

Analizando estos resultados se puede ver que sólo [3.33] tiene significado real.

Para establecer los errores de [3.33] frente a [3.26] se han representado los valores de ambas en la Figura 3.2, observándose que el error es inferior a 0,005 con un 95 % de confianza.

Si se compara la ecuación [3.33] con la obtenida para el modelo estéril:

$$B = B_{\infty} \left[ 1 - \frac{KY}{\mu_m\theta - 1 + KY} \right] \quad [3.34]$$

se ve que ambas son iguales si  $KY \gg 1$ . Sin embargo, es muy diferente utilizar esta ecuación con los parámetros obtenidos a partir del ajuste al modelo no estéril propuesto, [3.17], que con los parámetros obtenidos del modelo estéril, [3.22], ajustando mejor los primeros, según se puede observar en la Figura 3.3.

## OBTENCION DE LOS PARAMETROS PARA LA DEGRADACION DE SUSTRATO

\* Modelo estéril

Usando SUS-1:

FIGURA 3.2  
COMPROBACION DE LA ECUACION (3.33)

B <3.33> (m<sup>3</sup> CH<sub>4</sub>/kg SV)

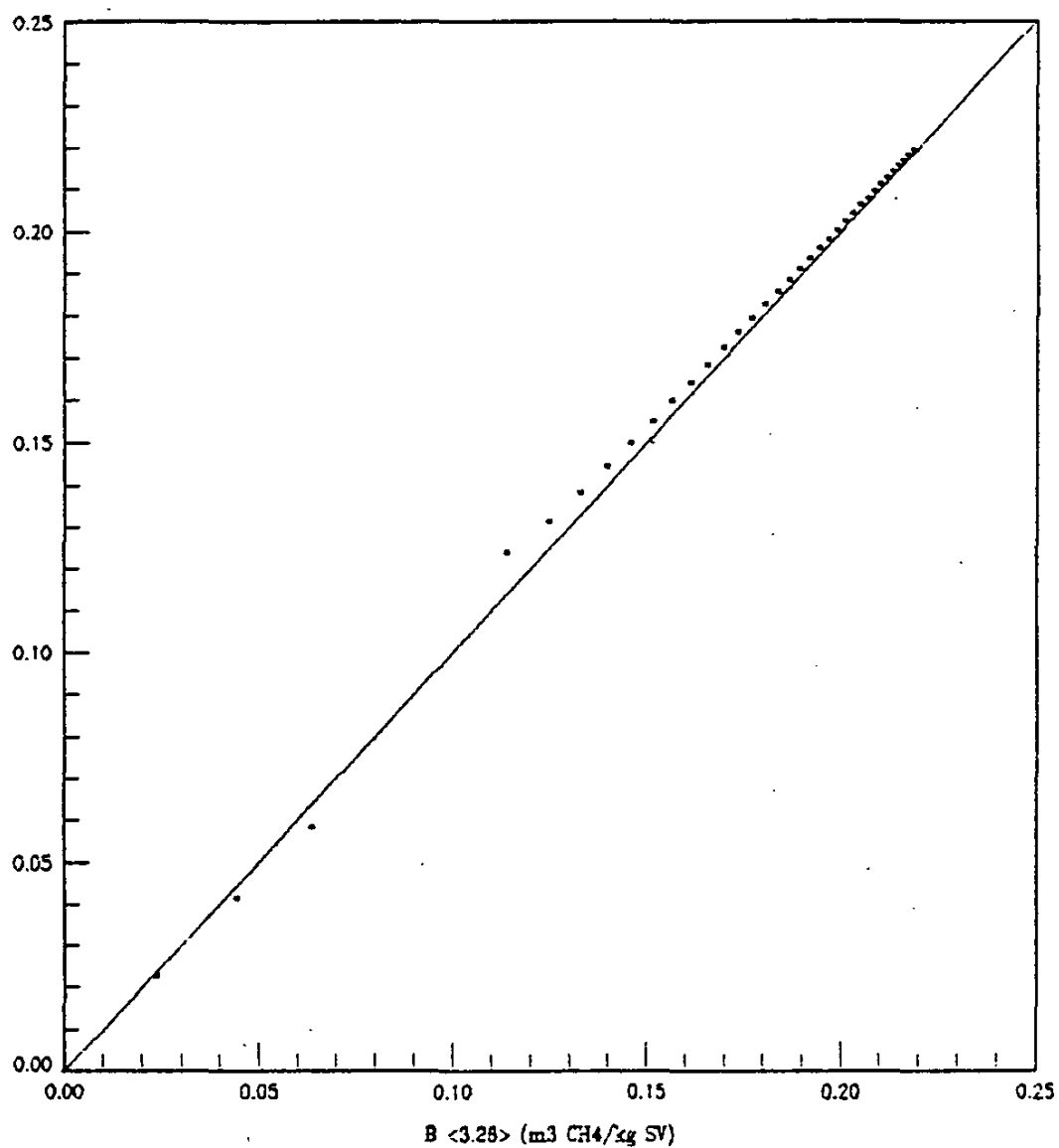
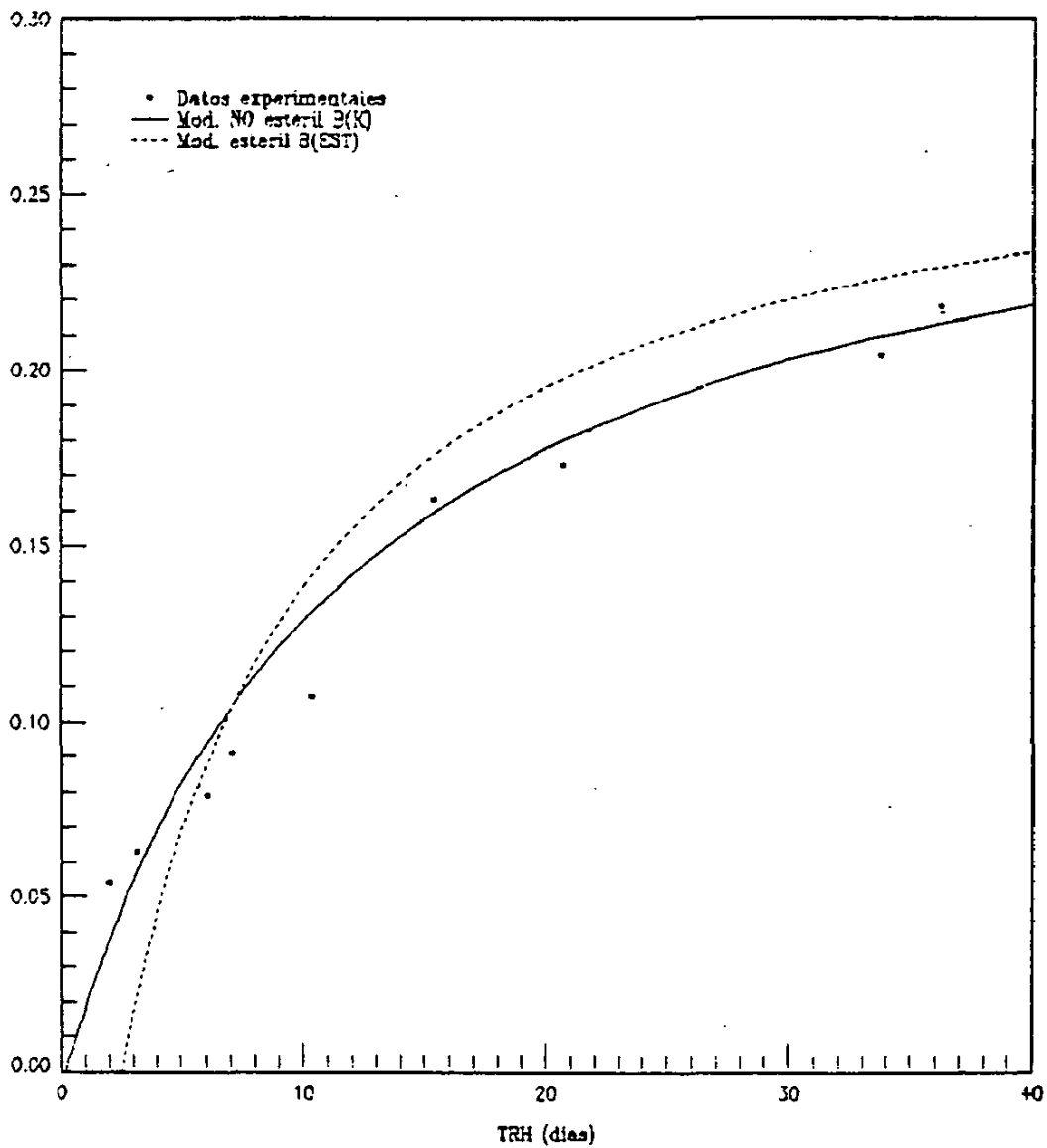


FIGURA 3.3  
COMPARACION CON EL MODELO ESTERIL

B (m<sup>3</sup> CE<sub>4</sub>/kg SV)



$$\theta = \left(\frac{1}{R}\right) \rho\theta + \left(\frac{KY-1}{\mu_m R}\right) \rho + \frac{R-KY}{\mu_m R} \quad [3.35]$$

se obtiene:

$$\begin{aligned} R &= 0,866 \\ KY &= 0,048 \\ \mu_m &= 0,030 \\ r &= 0,99020 \end{aligned} \quad [3.40]$$

\* Modelo no estéril

Utilizando la ecuación SUS-1:

$$\begin{aligned} \theta = \left[ \frac{1}{a(1-R)+1+R} \right] \rho\theta - \left( \frac{1-KY}{\mu_m[a(1-R)+1+R]} \right) \rho + \left( \frac{R-KY[a(1-R)+2]+1}{\mu_m[a(1-R)+1+R]} \right) + \\ + \left[ \frac{aR(1-R)+R}{a(1-R)+1+R} \right] \frac{\theta}{\rho} + \left( \frac{KY[a(1-R)+1]-R}{\mu_m[a(1-R)+1+R]} \right) \frac{1}{\rho} \end{aligned} \quad [3.41]$$

se obtienen los dos conjuntos de soluciones:

$$\begin{aligned} R &= 0,483 \\ a &= -0,393 \\ KY &= 0,675 \\ \mu_m &= 0,116 \text{ (días}^{-1}\text{)} \end{aligned} \quad [3.48]$$

$$r = 0,99996$$

$$\begin{aligned} R &= 0,796 \\ a &= -2,542 \\ KY &= 1,481 \\ \mu_m &= -0,171 \text{ (días}^{-1}\text{)} \end{aligned} \quad [3.49]$$

de los que se debe determinar cuál tiene sentido físico. Se tomará para ello como referencia el valor de R obtenido del experimento discontinuo, que resulta ser  $R = 0,468$ .

Recordando que  $R = S_R/S_{T0}$  es la fracción de sustrato no biodegradable y analizando los resultados, se observa que:

- Modelo estéril:

El valor  $R = 0,866$  se desvía en más de un 85 % del resultado experimental, por lo que se puede descartar este modelo.

- Modelo no estéril:

El conjunto de soluciones [3.49] tiene también una desviación de más del 70 % en  $R$  y  $\mu_m$  es negativo, lo que carece de significado físico. En cambio, el conjunto [3.48] tiene un error reducido y un conjunto de valores físicamente coherentes.

### SIMULACION DE LA DEGRADACION DEL SUSTRATO

Resolviendo la ecuación [2.53] para cada TRH:

$$\rho = \frac{R+(1-R) [KY(a+2)+\mu_m(a+1)\theta-1]}{2 (\mu_m\theta + KY - 1)} \pm \frac{R+(1-R) \{[\mu_m(a+1)\theta+aKY+1]^2 - 4\mu_m(a+1)\theta\}^{1/2}}{2 (\mu_m\theta + KY - 1)} \quad [3.50]$$

Utilizando los valores [3.48], de nuevo  $aKY$  es negativo, y en el intervalo  $3,35 \leq \theta \leq 32,76$  días no hay soluciones reales, lo que evidentemente inhabilita su utilización.

Se considera, pues, que este problema surge debido al error experimental de los datos de concentración de sustrato, medidos como DQO, y no por determinación de  $SV$ , debido a las pequeñas cantidades de muestras disponibles. Estos errores en la determinación de los valores experimentales de  $\rho$  provocan grandes variaciones en los valores de  $\mu_m$  y  $KY$ .

Para probar la ecuación [3.50] se utilizaron, pues, los valores de  $\mu_m$ ,  $a$ ,  $KY$  obtenidos a partir del gas, y el único valor de  $R$  disponible a partir de datos continuos, es decir:

$$\begin{aligned} R &= 0,483 \\ a &= -0,332 \\ KY &= 60,476 \\ \mu_m &= 5,161 \text{ (días}^{-1}\text{)} \end{aligned} \quad [3.51]$$

Analizando los valores numéricos de los diferentes términos de la

ecuación [3.50], se observan comportamientos similares a los ya citados en el caso de la simulación de la producción de metano, obteniéndose tras simplificar las raíces:

$$\rho_{(+)} = R + \frac{(1-R)(a+1)(\mu_m\theta + KY)}{\mu_m\theta - 1 + KY} \quad [3.52]$$

$$\rho_{(-)} = R + \frac{(1-R)(KY-1)}{\mu_m\theta - 1 + KY} \quad [3.53]$$

cuyo análisis permite determinar que sólo la ecuación [3.53] tiene significado físico.

Si se compara esta expresión con la correspondiente a la degradación de sustrato obtenida a partir del modelo no estéril:

$$\rho = R + \frac{(1-R) KY}{\mu_m\theta - 1 + KY} \quad [3.54]$$

se observa que [3.53] y [3.54] son formalmente iguales si  $KY \gg 1$ .

Representando los ajustes de la ecuación [3.53] y la [3.54] con los parámetros [3.51], se puede observar la proximidad de los resultados (Figura 3.4).

## RELACION ENTRE METANO Y SUSTRATO

Las expresiones [2.40] y [2.52] son dos formas de expresar  $J$  y, por tanto, se pueden igualar, con lo que se puede establecer la relación existente entre las variables  $\rho$  y  $B$ , es decir:

$$\rho = 1 - \left( \frac{1-R}{B_m} \right) B \quad [2.60]$$

en la que intervienen los parámetros  $R$  y  $B_m$ .

Ello parece indicar que  $\mu_m$ ,  $a$ ,  $KY$  debieran tener valores iguales en las ecuaciones de degradación de sustrato y de producción de metano. Utilizando los datos de  $R$  y  $B_m$  obtenidos en los experimentos discontinuos se representó la ecuación [2.60], comparándola con los datos experimentales, lo cual se muestra en la Figura 3.5.

FIGURA 3.4  
COMPARACION DE ECUACIONES SIMPLIFICADAS

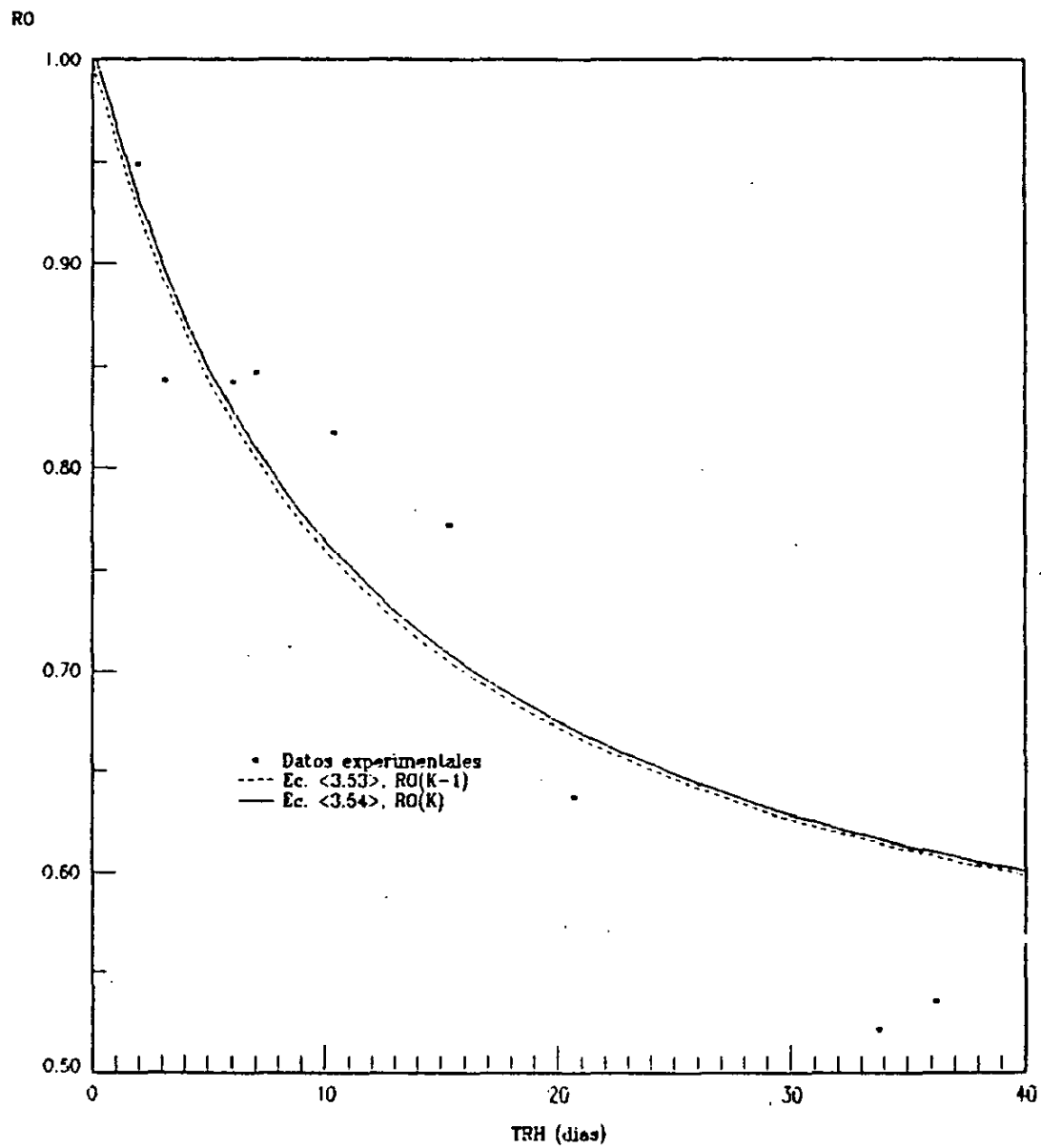
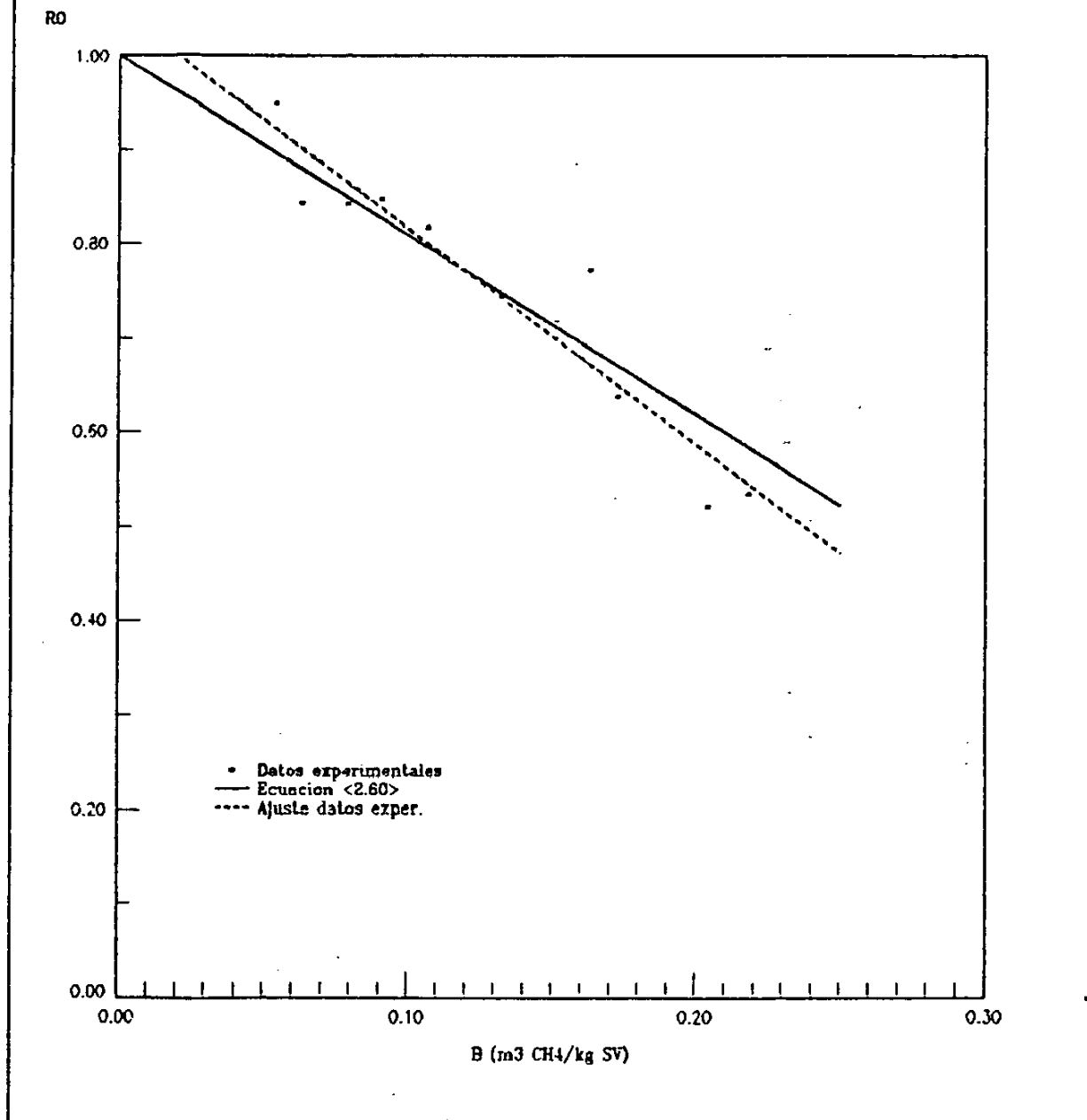


FIGURA 3.5  
RELACION EXPERIMENTAL ENTRE RO Y B



#### 4.- CONCLUSIONES

Como resultado del trabajo de que se da cuenta en esta memoria se ha llegado a las siguientes conclusiones:

1) Los modelos que suponen despreciable la concentración de microorganismos en la alimentación de un sistema de digestión anaerobia no predicen adecuadamente su comportamiento a tiempos de retención hidráulicos bajos y, por tanto, no son aplicables al diseño de digestores que operen en tales condiciones.

2) Se ha desarrollado un modelo cinético que relaciona la concentración de sustrato biodegradable con el tiempo de retención hidráulico bajo las hipótesis:

\* Digestor tipo tanque agitado mezcla completa en régimen estacionario sin recirculación de sólidos:

$$\mu X = (X - X_0) \frac{1}{\theta} \quad [2.3]$$

\* Crecimiento bacteriano exponencial con el tiempo:

$$\mu = \frac{1}{X} \cdot \frac{dX}{dt} \quad [2.2]$$

\* Velocidad específica de crecimiento de microorganismos definida según el modelo de Contois:

$$\mu = \frac{\mu_m S}{KX + S} \quad [2.9]$$

\* Aumento lineal de la concentración de microorganismos respecto a la degradación del sustrato:

$$\frac{dX}{dS} = -Y \quad [2.5]$$

obteniéndose la expresión matemática:

$$-\mu_m(a+1) J\theta + \mu_m J^2\theta + (KY-1) J^2 + [1-KY(a+2)] J + KY(a+1) = 0 \quad [2.12]$$

donde  $\mu_m$ ,  $a$ ,  $KY$  son parámetros del modelo.

3) La ecuación representativa del modelo es susceptible de linealización para su ajuste por regresión lineal múltiple, lo que permite la obtención de sus coeficientes a partir de resultados experimentales y, por tanto, el cálculo de sus parámetros.

4) A partir del modelo descrito se puede obtener el modelo que supone una alimentación estéril al sistema, haciendo nulo el parámetro  $a$ , relacionado con la concentración de microorganismos en la alimentación. Asimismo, el modelo es susceptible, en principio, de ser aplicado a cualquier sistema de fermentación en el que sean válidas las hipótesis enumeradas en 2), habiéndose elegido el proceso de digestión anaerobia de lodos de depuradora para su contraste con datos experimentales.

5) El análisis matemático de la ecuación [2.12] ha permitido establecer sus condiciones límites para  $\theta \rightarrow 0$  y  $\theta \rightarrow \infty$  y sus condiciones de existencia en el campo real en función de los parámetros obtenidos a partir de datos experimentales, obteniéndose la expresión para el posible intervalo de discontinuidad de la función.

6) La aplicación del modelo a los resultados experimentales de digestión anaerobia se ha de llevar a cabo según dos variables susceptibles de medida directa:

\* Producción de metano,  $B$  ( $m^3CH_4/kg$  SV), tomando como hipótesis que la cantidad de sólidos biodegradables contenidos en el digester es proporcional al metano producido (ecuación

[2.40]), de donde resulta la ecuación:

$$\left(\frac{\mu_m}{B_m}\right) B\theta + \left(\frac{\mu_m}{B_m^2}\right) B^2\theta + \left(\frac{KY-1}{B_m^2}\right) B^2 + \left(\frac{1+aKY}{B_m}\right) B + (-\mu_m a) \theta = 0 \quad [2.41]$$

siendo  $B_m$  un nuevo parámetro del modelo.

\* Fracción del sustrato alimentado remanente en el digestor,  $\rho$ , tomando como hipótesis que parte de los sólidos volátiles contenidos en el reactor no son biodegradables (ecuación [2.52]), de donde se obtiene la expresión:

$$-\left(\mu_m[a(1-R)+(1+R)]\right) \rho\theta + \mu_m \rho^2\theta + (KY-1) \rho^2 + (R+1-KY[a(1-R)+2]) \rho + \mu_m[aR(1-R)+R] \theta + \{KY[a(1-R)+1]-R\} = 0 \quad [2.53]$$

siendo  $R$  otro parámetro del modelo.

7) El ajuste de las correspondientes formas linealizadas de las ecuaciones [2.41] y [2.53] a los datos experimentales de producción de metano y de degradación del sustrato, respectivamente, proporciona en sendos casos dos conjuntos de parámetros, de los cuales sólo uno corresponde a soluciones físicamente válidas del sistema. Como criterio principal de elección de las mismas se han de tomar los valores de  $B_m$  y  $R$  obtenidos de experimentos discontinuos, ya que aquéllos representan magnitudes directamente medibles por procedimientos experimentales. La interpretación de los valores obtenidos para el parámetro representativo de la máxima velocidad específica de crecimiento,  $\mu_m$  puede constituir un criterio adicional de selección de las soluciones físicamente correctas.

8) La simulación del comportamiento del sistema mediante las ecuaciones representativas del modelo propuesto utilizando los parámetros determinados a partir de los datos experimentales

puede conducir a problemas de índole matemática, al prever su formulación la aparición de discontinuidades en la función, según los valores obtenidos para los parámetros, discontinuidades que físicamente pueden ser debidas, bien a errores experimentales de los datos utilizados en el proceso de ajuste, o bien a la no validez de las hipótesis del modelo en ciertos intervalos de tiempos de retención hidráulico.

9) En las condiciones experimentales estudiadas es posible la simplificación del término de la ecuación que provoca la discontinuidad de la función, obteniéndose unas ecuaciones simplificadas que simulan con suficiente exactitud el comportamiento del sistema, en cualquier caso, con mayor aproximación que las ecuaciones basadas en la hipótesis de alimentación estéril.

10) Las ecuaciones simplificadas obtenidas a partir del modelo propuesto son formalmente idénticas a las obtenidas bajo la consideración de alimentación estéril:

$$B = B_m \left[ 1 - \frac{KY}{\mu_m \theta - 1 + KY} \right] \quad [3.34]$$

$$\rho = R + \frac{(1-R) KY}{\mu_m \theta - 1 + KY} \quad [3.54]$$

Sin embargo, los parámetros que aparecen en las mismas necesariamente han de ser obtenidos a partir del ajuste a los datos experimentales de las ecuaciones propuestas en este trabajo, en su forma original.

11) Los valores de los parámetros obtenidos a partir del ajuste de los datos experimentales de producción de metano son más precisos que los que se obtienen a partir de los datos experimentales de degradación de sustrato, debido probablemente a que éstos se encuentran afectados de mayor error en su

determinación analítica. No obstante, el valor del parámetro R calculado a partir de la degradación de sustrato es suficientemente fiable, como se demuestra al compararlo con el correspondiente valor procedente de la digestión discontinua.

12) Para el sistema estudiado se han obtenido los siguientes valores de los parámetros del modelo propuesto:

$$B_{\infty} = 0.283 \text{ (m}^3\text{CH}_4\text{/kg SV)}$$

$$R = 0,483$$

$$a = - 0,332$$

$$\mu_m = 5,161 \text{ (días}^{-1}\text{)}$$

$$KY = 60,476$$

## 5.- BIBLIOGRAFIA

- 1) ANDREWS, J.F. y PEARSON, E.A.; "*Kinetics and characteristics of volatile acid production in anaerobic fermentation processes*", Intern. J. Air Water Poll., 9, 439 (1965).
- 2) BALCH, W.E., FOX, G.E., MANGRUM, L.J., WOESE, C.R. y WOLFE, R.S.; "*Methanogens: re-evaluation of a unique biological group*", Microbiol. Rev., 43, 260 (1979).
- 3) BHADRA, A.; "*A kinetic model for methanogenesis of acetic acids in a multireactor system*", Biotechnol. and Bioeng., 26, 257 (1984).
- 4) BRYANT, M.P.; "*The microbiology of anaerobic degradation and methanogenesis*", Seminar on Microbial Energy Conversion, E. Goltze, Göttingen (1976).
- 5) BUSWELL, A.M. y MUELLER, H.F.; "*Mechanism of methane fermentations*", Ind. Eng. Chem., 44, 550 (1952).
- 6) CAPPENBERG, T.E.; "*Interrelation between sulfate-reducing and methane-producing bacteria in bottom deposits of a fresh-water lake. I. Field observations*", Antoine van Leuwenhoek, 40, 285 (1974).
- 7) CHEN, Y.R. y HASHIMOTO, A.G.; "*Kinetics of methane fermentation*", Biotechnol. and Bioeng. Symp. 8, 269 (1978).
- 8) CHEN, Y.R. y HASHIMOTO, A.G.; "*Substrate utilization kinetic model for biological treatment processes*", Biotechnol. and Bioeng., 22, 2081 (1980).
- 9) CLAUSEN, E.C., SITTON, O.C. y GADDY, J.L.; "*Bioconversion of crop materials to methane*", Process Biochem., 12(9), 27 (1977).
- 10) CONTOIS, D.E.; "*Kinetics of bacterial growth: relationship between population density and specific growth of continuous cultures*", J. Gen. Microbiol., 21, 40 (1959).
- 11) CORNISH-BOWDEN, A. y EISENTHAL, R.; "*Statistical consideration in the estimation of enzyme kinetic parameters by direct linear plot and other methods*", Biochem. J., 139, 721 (1974).
- 12) DA SILVA, E.J.; "*Fuel of the future*", Ambio, 9(1), 2 (1980).
- 13) DELGADO, S., DIAZ, F., ELORTEGUI, N. y JARABO, F.; "*Fermentación anaerobia de rolo de platanera. Caracterización del sistema*", An. Fac. Ciencias, Univ. La Laguna, 10(1-2), 171 (1984).

14) ELORTEGUI, N., JARABO, F., PEREZ, C. y DIAZ, F.; "Kinetics of banana stem anaerobic digestion", Intern. Agrophysics, 2(2), 127 (1986).

15) ELORTEGUI, N., PEREZ, C. y JARABO, F.; "Algunos aspectos sobre la digestión anaerobia de rollos de platanera", II Fórum Energético, Barcelona (1987).

16) FAIR, G.M. y MORE, E.W.; "Observations on the digestion of sewage sludge over a wide range of temperatures", Sewage Works J., 9, 3 (1973).

17) FERNANDEZ, R.; "La digestión anaerobia termofílica aplicada a las basuras", Ing. Quim., 12(138), 141 (1980).

18) FRANK, J.R.; "Studies improve biomass to SNG conversion", Hydroc. Process., 59(4), 117 (1980).

19) FRASER, M.D.; "Solar SNG: Large-scale production of SNG by anaerobic digestion of specially grown plant matter", Proc. I.E.C.E.C., 11(1), 83 (1976).

20) GHOSH, J.M. y KLASS, D.L.; "Two phases anaerobic digestion", Process Biochem., 13(4), 15 (1978).

21) GRADY, C.P.L., HARLOW, F. y RIESING, R.R.; "Effects of growth rate and influent substrate concentration on effluent quality for chemostats containing bacteria in pure and mixed cultures", Biotechnol. and Bioeng., 14, 391 (1972).

22) GRAU, P., DOHANYOS, M. y CHUDOBA, J.; "Kinetics of multicomponent substrate concentrate removal by activated sludge", Water Research, 9, 637 (1975).

23) HILL, D.T. y BARTH, C.L.; "A dynamic model for simulation of animal waste digestion", J. Water Poll. Control Fed., 49, 2129 (1977).

24) HOBSON, P.N. et al.; "Anaerobic conversion of agricultural wastes to chemicals or gases", in "Anaerobic Digestion and Carbohydrate Hydrolysis of Waste", G.L. Ferrero et al. (eds.), Elsevier Applied Science Publishers, 369 (1984).

25) JARABO, F., ELORTEGUI, N. y TRUJILLO, D.; "Aprovechamiento energético de lodos de depuradora", Era Solar, 6, 43 (1984).

26) LAWRENCE, A.W. y McCARTY, P.L.; "The effects of sulfides on anaerobic treatment", Proc. 19th Ind. Wastes Conf., Purdue Univ., MICH (1964).

27) LAWRENCE, A.W. y McCARTY, P.L.; "Kinetics of methane fermentation in anaerobic treatment", J. Water Poll. Control Fed., 41, 1 (1969).

28) MADARRO, A., LEQUERICA, J.L., VALLÉS, S. y FLORS, A.; "Fermentación metánica de efluentes de la industria de zumos cítricos", II Congreso Mediterráneo de Ingeniería Química, Barcelona (1981).

29) MAH, R.A.; "Interactions of methanogens and non methanogens in microbial ecosystems", Proc. 3rd Symp. on Anaerobic Digestion, Cambridge, MASS, 13 (1983).

30) MALY, J. y FADRUS, H.; "Influence of temperature on anaerobic digestion", J. Water Poll. Control Fed., 43, 641 (1971).

31) McCARTY, P.L.; "Anaerobic waste treatment fundamentals. Part 1: Chemistry and microbiology", Public Works, 95, 107 (1964).

32) McCARTY, P.L.; "Anaerobic waste treatment fundamentals. Part 2: Environmental requirements and control", Public Works, 95, 123 (1964).

33) McCARTY, P.L.; "Anaerobic waste treatment fundamentals. Part 3: Toxic materials and their control", Public Works, 95, 191 (1964).

34) McCARTY, P.L. y McKINNEY, R.E.; "Salt toxicity in anaerobic digestion", J. Water Poll. Control Fed., 33, 399 (1961).

35) McGARRY, M.; "Domestic wastes as an economic resource: Biogas and fish culture", Wiley Water, Wastes and Health in Hot Climates, April, 347 (1977).

36) MITCHEL, J.C.V.; "Review of current research and development in biogas production", Process Biochemistry, 10(8), 32 (1975).

37) MOIGNO, A.F.; "Mouras' automatic scavenger", Cosmos, 662 (1881) y Cosmos, 97 (1882).

38) MONOD, J.; "The growth of bacterial cultures", Annual Review of Microbiology, 3, 371 (1949).

39) MONOD, J.; "The technique of continuous culture; theory and applications", Annales de L'Institut Pasteur, 79, 390 (1950).

40) MORRIS, G.R.; "Anaerobic fermentation of animal wastes: a kinetic and empirical design evaluation", M.S. Thesis, Cornell Univ., Ithaca, N.Y. (1976).

41) MUÑOZ, J.A. y VAZQUEZ, J.; "Modelo generalizado de la

*cinética de fermentación metánica*", III Seminario Sobre Depuración Anaerobia de Aguas Residuales, Valladolid (1986).

42) O'ROURKE, J.R.; *"Kinetics of anaerobic treatment at reduced temperatures"*, Ph.D. Thesis, Stanford Univ., Stanford, CA (1968).

43) PARKIN, G.F. y MILLER, S.W.; *"Response of methane fermentation to continuous addition of selected industrial toxicants"*, Proc. 37th Ind. Waste Conf., Purdue Univ., Ann Arbor, MICH, 729 (1983).

44) PEREZ, C.; *"Digestión anaerobia de lodos de depuradora. Estudio cinético"*, Trabajo de Licenciatura, Dpto. de Química Técnica, Univ. La Laguna, La Laguna, S/C de Tenerife (1984).

45) PEREZ, C., ELORTEGUI, N., JARABO, F. y DIAZ, F.; *"Digestión de fangos de depuradora. Velocidad de producción de metano"*, Equipamiento y Procesos, 3(3), 13 (1985).

46) PEREZ, C., ELORTEGUI, N., JARABO, F. y TRUJILLO, D.; *"Tratamiento anaerobio de lodos de depuradora. Determinación de parámetros de diseño"*, Equipamientos y Servicios Municipales, 1, 35 (1984).

47) PEREZ, C., JARABO, F. y ELORTEGUI, N.; *"Digestión de lodos de depuradora: Variables que afectan a la producción de metano"*, I Encontro Galego-Portugués de Química: "Aguas Naturais e Residuais", Santiago de Compostela (1985).

48) PFEFFER, J.T.; *"Temperature effects on anaerobic fermentation of domestic refuse"*, Biotechnol. and Bioeng., 16, 771 (1974).

49) RUIZ ARGÜESO, T.; *"Biogénesis de metano e hidrógeno"*, Curso de Agroenergética, E.T.S. Ingenieros Agrónomos, U.P. Madrid, Madrid (1981).

50) SIMPSON, M.H.; *"Effectiveness of onsite biogas digesters and sanitizing of fecal waste in developing countries. Part 1."*, J. Env. Sci., 22(2), 29 (1979).

51) SPEECE, R.E. y McCARTY, P.L.; *"Nutrient requirements and biological solids accumulation in anaerobic digestion"*, in *"Advances in Water Pollution Research"*, Vol. 2, W.W. Eckenfelder (ed.), Pergamon Press, N.Y., 305 (1964).

52) SPSS INC.; *"SPSS for VAX/VMS, Version M, Release 8.1"*, SPSS Inc. (1981).

53) STRAYER, R.F. y TIEDJE, J.M.; "Kinetic parameters of the conversion of methane precursors to methane in hyperentrophic lake sediment", *Appl. Environ. Microbiol.*, 36(2), 330 (1978).

54) TRUJILLO, D., JARABO, F. y PEREZ, C.; "Fermentación anaerobia de gallinazas", *Agricultura*, 54(641), 958 (1985).

55) TRUJILLO, D., PEREZ, J.F., JARABO, F. y PEREZ, C.; "Aprovechamiento energético de gallinazas por digestión anaerobia", II Fórum Energético, Barcelona (1987).

56) WALTER, D.K. y RINES, C.; "Refuse conversion to methane (Ref-com)", *AIChE Symp. Series*, 74(181), 69 (1978).

57) WINFREY, M.R. y ZEIKUS, J.G.; *Appl. Environ. Microbiol.*, 33, 275 (1977).

58) WISE, D.L., WENTWORTH, R.L., AUGENSTEIN, D.C. y COONEY, C.L.; "Multi-stage digestion to fuel gas of municipal solid waste", *AIChE Symp. Series*, 74(181), 47 (1978).

59) ZEHNDER, A.J.B. y BROCK, T.D.; *Appl. Environ. Microbiol.*, 39, 194 (1980).

60) ZEHNDER, A.J.B., INGVORSEN, K. y MARTI, T.; "Microbiology of methane bacteria", 2nd International Symposium on Anaerobic Digestion, Travemünde, RFA (1981).

