CAPÍTULO 01

Problema 01/01

Ejemplo 2.3 Coughanowr, pg. 21

Resolver la ecuación diferencial:

$$\frac{dx}{dt} + 3\,x = 0$$

para x(0) = 2.

Problema 01/02

Ejemplo 3.1 Coughanowr, pg. 23

Resolver la ecuación diferencial:

$$\frac{dx}{dt} + x = 1$$

siendo x(0) = 0.

Problema 01/03

Ejemplo 3.2 Coughanowr, pg. 24

Resolver la ecuación diferencial:

$$\frac{d^3x}{dt^3} + 2\,\frac{d^2x}{dt^2} - \frac{dx}{dt} - 2\,x = 4 + e^{2\,t}$$

con las condiciones límites x(0) = 1, x'(0) = 0, x''(0) = -1.

Problema 01/04

Ejemplo 3.3 Coughanowr, pg. 25

Resolver la ecuación diferencial:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\frac{dx}{dt} + 2\,x = 2$$

con las condiciones límites x(0) = x'(0) = 0.

Problema 01/05

Ejemplo 3.4 Coughanowr, pg. 28

Resolver la ecuación diferencial:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 4\,x = 2\,e^{-t}$$

con x(0) = x'(0) = 0.

Problema 01/06

Ejemplo 3.5 Coughanowr, pg. 29

Resolver la ecuación diferencial:

$$\frac{d^3x}{dt^3} + 3\,\frac{d^2x}{dt^2} + 3\,\frac{dx}{dt} + x = 1$$

con x(0) = x'(0) = x''(0) = 0.

Problema 01/07

Ejemplo 7.1 Luyben, pg. 214

Un sistema lineal tiene la siguiente función de transferencia:

$$F(s) = \frac{K \, C_{Ao}}{s \, (\tau \, s + 1)}$$

Utilizando el método de la expansión en fracciones parciales, obtener la función f(t).

Problema 01/08

Ejemplo 7.2 Luyben, pg. 215

Dada la función de transferencia:

$$F(s) = \frac{K}{s \, (\tau \, s + 1)^2}$$

hallar la función f(t).

Problema 01/09

Ejemplos 6.6 y 7.3 Luyben, pgs. 183 y 221

La ecuación diferencial que describe un reactor tipo tanque agitado mezcla perfecta isotermo en términos de variables de perturbación es:

$$\frac{dC_A}{dt} + (\frac{1}{\tau} + k) \, C_A = \frac{1}{\tau} \, C_{Ao}$$

donde k y son constantes y C_A y C_{Ao} dependen del tiempo.

Si se considera que en estado estacionario C_A y C_{Ao} son nulas y en un momento determinado la concentración a la entrada adquiere bruscamente el valor C_{Ao}, obtener la respuesta del sistema, C_A = f(t).

Problema 01/10

Ejemplos 6.13 y 7.4 Luyben, pgs. 196 y 222

Resolver la ecuación diferencial:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 5\frac{dx}{dt} + 6x = t$$

para x(0) = x'(0) = 0.

Problema 01/11

Ejemplo 6.10 Luyben, pg. 193

Resolver la ecuación diferencial:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 5\frac{dx}{dt} + 6x = 1$$

con las condiciones límites x(0) = x'(0) = 0.

Problema 01/12

Problema 6.4 Luyben, pg. 205

Resolver la ecuación diferencial:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 5\frac{dx}{dt} + 4x = 2$$

con las condiciones límites x(0) = 0 y x'(0) = 1.

Problema 01/13

Ejemplo 2.2 Coughanowr, pg. 19

Obtener la transformada de Laplace de la función f(t) que satisface la ecuación diferencial:

$$\frac{d^3x}{dt^3} + 4\frac{d^2x}{dt^2} + 5\frac{dx}{dt} + 2x = 2$$

y las condiciones límites x(0) = x'(0) = x''(0) = 0.

Obtener asimismo la función x(t).

Problema 01/14

Ejemplo Clement, pg. 11

Hallar la transformada inversa de:

$$f(s) = \frac{3s + 4}{s^3 (s + 2)}$$

Problema 01/15

Ejemplo Clement, pg. 12

Hallar la transformada inversa de:

$$f(s) = \frac{s}{(s - 1)^2 + 4}$$

Problema 01/16

Ejemplo Clement, pg. 13

Hallar la transformada inversa de:

$$f(s) = \frac{1}{s^2 (s + a)}$$

Problema 01/17

Ejemplo Clement, pg. 14

Resolver la ecuación diferencial:

$$\frac{dy}{dt} + 2\,y = 5\,sen\,3t$$

con la condición límite y(0) = 1.

Problema 01/18

Ejemplo Clement, pg. 18

Resolver la ecuación diferencial:

$$2\,\frac{d^2x}{dt^2} - 6\,\frac{dx}{dt} - 20\,x = 3$$

con las condiciones límites x'(0) = x(0) = 0.

Problema 01/19

Ejemplo Clement, pg. 18

Resolver la ecuación diferencial:

$$5\,\frac{dx}{dt} + x = t\,e^{-t/2}$$

para x(0) = 0.

Problema 01/20

Ejemplo Clement, pg. 14

Dada la función en el dominio de Laplace:

$$f(s) = \frac{s^2}{(s^2 + 1)^2}$$

hallar la transformada inversa.

Problema 01/21

Problema 3.1 Coughanowr, pg. 33

Resolver la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \alpha \frac{dx}{dt} + x = 1$$

siendo α = 1,2,3 y con las condiciones límites x(0) = x'(0) = 0.

¿Cuál es el efecto del coeficiente α?

Problema 01/22

Problema 3.2.a Coughanowr, pg. 33

Resolver la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{d^4x}{dt^4} + \frac{d^3x}{dt^3} = \cos t$$

con las condiciones límites x(0) = x'(0) = x'''(0) = 0; x''(0) = 1.

Problema 01/23

Problema 3.2.b Coughanowr, pg. 33

Resolver la ecuación diferencial:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} = t^2 + 2\,t$$

con las condiciones límites x(0) = 4, x'(0) = -2.

Problema 01/24

Problema 3.3.a Coughanowr, pg. 33

Invertir la transformada:

$$x(s) = \frac{3\,s}{(s^2 + 1)(s^2 + 4)}$$

Problema 01/25

Problema 3.3.b Coughanowr, pg. 33

Hallar la transformada inversa de:

$$x(s) = \frac{1}{s\,(s^2 - 2\,s + 5)}$$

Problema 01/26

Problema 3.3.c Coughanowr, pg. 33

Hallar la transformada inversa de:

$$x(s) = \frac{3\,s^3 - s^2 - 3\,s + 2}{s^2\,(s - 1)^2}$$

Problema 01/27

Ejemplo 4.6 Coughanowr, pg. 40

Resolver la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{dx}{dt} = \int_0^t x(t)\ dt - t$$

para x(0) = 3.

Problema 01/28

Problema 4.c Harriot, pg. 20

Obtener la transformada inversa de la función:

$$f(s) = \frac{5\ s + 2}{1 + 10\ s + 25\ s^2}$$

Problema 01/29

Problema 4.2 Coughanowr, pg. 41

Resolver la ecuación diferencial:

$$\int_0^t y(t)\ dt = \frac{d\ y(t)}{dt}$$

siendo y(0) = 1.

Problema 01/30

Ejercicio 5 Clement, pg. 176

Resuélvase la siguiente ecuación diferencial:

$$3\,\frac{d^2x}{dt^2} + 5\,\frac{dx}{dt} + 2\,x = 0$$

siendo x(0) = 0 y x'(0) = 0,5.

Problema 01/31

Ejemplo 2.2 Harriot, pg. 18

Resolver la ecuación diferencial:

$$25\,\frac{d^2x}{dt^2} + x = 1$$

siendo x(0) = x'(0) = 0.

Problema 01/32

Problema 1.a Harriot, pg. 19

Resolver la ecuación diferencial:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 4\,\frac{dx}{dt} + 2\,x = 3\,t^3$$

para x(0) = x'(0) = 0.

Problema 01/33

Ejercicio 2.1 Creus, pg. 32

Resolver la siguiente ecuación diferencial para las condiciones iniciales que se dan:

$$2\frac{d^2y}{dt^2} - \frac{dy}{dt} - y - 1 = 0$$

y(0) = 1, y'(0) = 0,5.

Problema 01/34

Problema 1.c Harriot, pg. 19

Resolver la ecuación diferencial:

$$2\frac{d^3x}{dt^3} - 3\frac{dx}{dt} + x + 4 = 0$$

donde x''(0) = x'(0) = x(0) = 0.

Problema 01/35

Problema 5.b Harriot, pg. 20

Resolver la siguiente ecuación diferencial, utilizando transformadas de Laplace:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 4x = 0$$

siendo x(0) = -8 y x'(0) = 2.

Problema 01/36

Problema 2.b Harriot, pg. 20

Resolver la ecuación diferencial:

$$5\frac{dx}{dt} + 2x = 1$$

siendo x(0) = 4.

Problema 01/37

Ejercicio 2.3 Creus, pg.32

Resolver la ecuación diferencial:

$$\frac{dy}{dt} - 9\,y = 0$$

para la condición inicial y(0) = 1.

Problema 01/38

Problema 3.a Harriot, pg. 20

Usar las transformadas de Laplace y la expansión en fracciones simples para resolver la ecuación:

$$2\,\frac{d^2x}{dt^2} + 4{,}5\,\frac{dx}{dt} + x = 1$$

para x'(0) = x(0) = 0.

Problema 01/39

Problema 3.b Harriot, pg. 20

Utilizar las transformadas de Laplace y la expansión en fracciones parciales para resolver la ecuación:

$$6\,\frac{dx}{dt} + x = 3\,t$$

siendo x(0) = 0.

Problema 01/40

Problema 4.b Harriot, pg. 20

Obtener la función f(t) a partir de:

$$f(s) = \frac{5}{s\,(s^2 + 13\,s + 30)}$$

Problema 01/41

Ejemplo Creus, pg. 16

Resolver la ecuación diferencial:

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 3\,\frac{dy}{dt} + 2\,y - 5 = 0$$

para las condiciones iniciales y(0) = -1 e y'(0) = 2.

Problema 01/42

Problema 6.3 Luyben, pg. 205

Establecer la ecuación diferencial de un reactor tipo tanque mezcla perfecta de volumen variable, V, con caudales de entrada y salida, F_o y F, respectivamente, en el que se lleva a cabo una reacción de primer orden A $\rightarrow$ R, entrando al tanque una concentración C_{Ao} y saliendo C_A, en régimen isotermo. Linealizar la ecuación obtenida y suponer que la densidad del líquido es constante.

Problema 01/43

Ejemplo 6.1 Luyben, pg. 179

El caudal de salida de un depósito depende de la altura del líquido en el mismo según la ecuación:

$$F(h) = K \sqrt{h}$$

Obtener una expresión aproximada que relacione linealmente F con h en cualquier instante, tomando como referencia el estado estacionario.

Problema 01/44

Ejemplo 6.2 Luyben, pg. 179

La dependencia del coeficiente cinético k con la temperatura es altamente no lineal:

$$k(T) = A\ e^{-\frac{E}{R\,T}}$$

Linealizar esta función utilizando variables de perturbación respecto al estado estacionario.

Problema 01/45

Ejemplo 6.3 Luyben, pg. 179

El producto de dos variables dependientes es una función no lineal de dichas dos variables:

$$f(C_A,F) = C_A \sqrt{F}$$

Obtener una relación que ligue linealmente f con C_A y F, pudiéndose utilizar para ello variables de perturbación.

Problema 01/46

Ejemplo 6.4 Luyben, pg. 180

Un tanque de sección A descarga a la atmósfera a través de un tubo de longitud L. La velocidad del líquido a la salida es, en cada instante, una función de la altura del mismo en el tanque, según la ecuación diferencial:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{g}{L} h - \frac{K}{\rho A} v^2$$

siendo g la aceleración de la gravedad y K un coeficiente de rozamiento.

Para poder integrar esta ecuación conviene ponerla como una función lineal de v. Linealizar la ecuación tomando como referencia una velocidad media v_m.

Problema 01/47

Ejemplo 6.5 Luyben, pg. 180

La ecuación de continuidad aplicada a un reactor continuo mezcla perfecta de volumen constante, V, donde se lleva a cabo una reacción irreversible de orden n es:

$$V \frac{dC_A}{dt} = F_o C_{Ao} - F C_A - V C_A^n \alpha e^{-E/RT}$$

donde los subíndices "o" indican los valores de las variables a la entrada del reactor y las variables C_A, F y T dependen del tiempo.

Linealizar la ecuación tomando como valor de referencia el valor de la variable correspondiente, afectado de una barra.

Problema 01/48

Problema 6.1 Luyben, pg. 204

Linealizar las siguientes funciones no lineales:

$$a) \quad y = \frac{\alpha\, x}{1 + (\alpha - 1)\, x} \qquad (\alpha = cte)$$

$$b) \quad p^{o} = e^{(A/T) + B} \qquad (A,\ B = ctes)$$

$$c) \quad u = K\, v^{0,8} \qquad (K = cte)$$

$$d) \quad L = K\, h^{3/2} \qquad (K = cte)$$

Problema 01/49

Problema 6.2 Luyben, pg. 205

Un fluido de densidad constante se bombea a un tanque cónico invertido de volumen total V = (p/3) R^2H, con un caudal constante F_o. El caudal de salida en el fondo del tanque es proporcional a la raíz cuadrada de la altura h del líquido en el tanque.

Determinar:

a) La ecuación que describe el sistema.

b) La ecuación linealizada correspondiente.

c) La ecuación linealizada en función de variables de perturbación.

Problema 01/50

Problema 7.3 Luyben, pg. 233

En un reactor discontinuo isotermo mezcla perfecta se producen dos reacciones sucesivas de primer orden:

$$A \xrightarrow{k_1} B \xrightarrow{k_2} C$$

La carga inicial del reactor sólo contiene A, con una concentración C_{Ao}. Utilizar las transformadas de Laplace para obtener la variación de C_A y C_B con el tiempo durante el período de reacción para:

a) $k_1 > k_2$
b) $k_1 = k_2$

CAPÍTULO 02

Problema 02/01

Ejercicio 1 Clement pg. 178

Determínese la función de transferencia de un sistema cuya señal de salida, y, está relacionada con la entrada, x, por la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 5\frac{dy}{dt} + 3y = 2x - 5\frac{dx}{dt}$$

Se supone que se toma como referencia el estado estacionario y que en el mismo la función y todas sus derivadas son nulas.

Problema 02/02

Problema 1 Harriot pg. 56

Un tanque cilindrico de área 20 m^2 y altura 10 m tiene una altura normal de líquido de 6 m. El caudal que se alimenta al tanque es de 10 m^3/min y el líquido se descarga a través de una válvula situada en la base del tanque hacia un proceso que opera a presión atmosférica.

Calcular la constante de tiempo si el tanque está:

a) Abierto a la atmósfera

b) Cerrado, con una presión constante equivalente a 10 m de agua sobre el líquido.

Se considera que $F_2 = b\sqrt{h}$ donde b es una constante y h es la altura del líquido en el tanque.

Problema 02/03

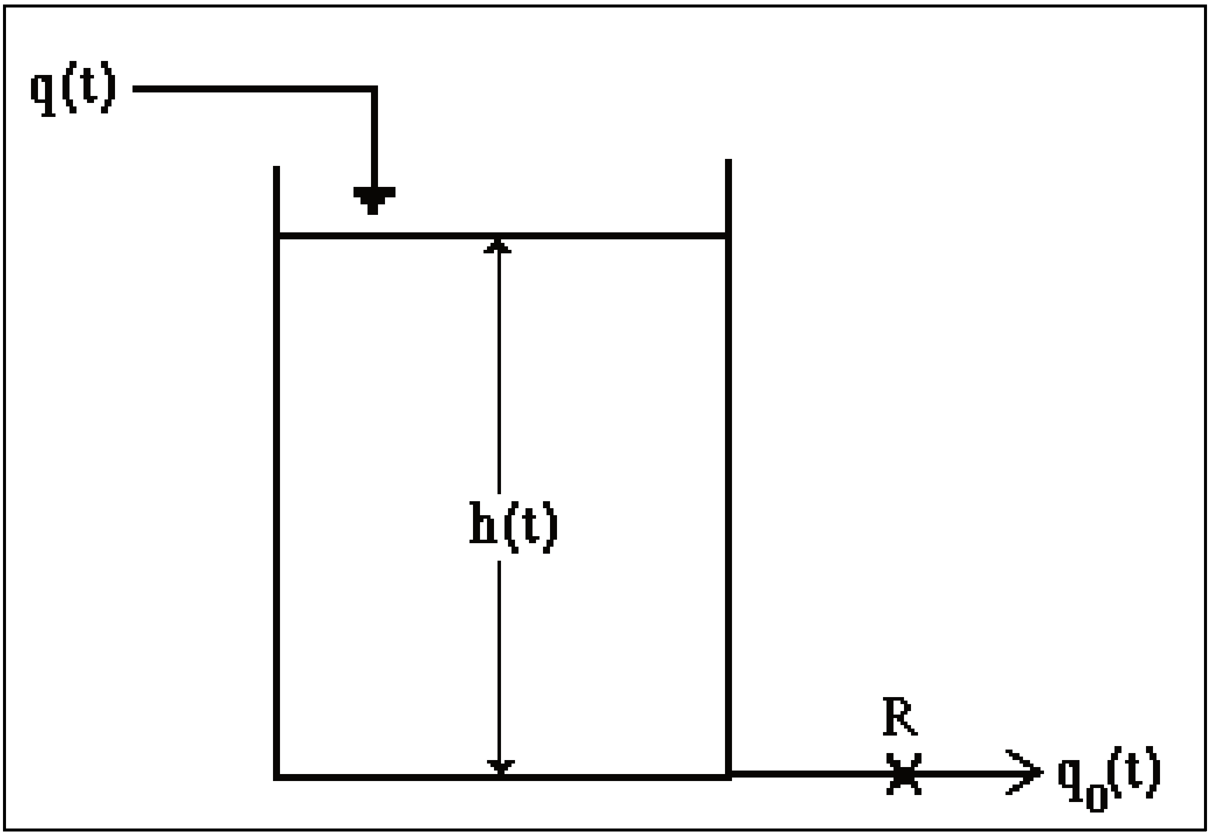
Problema 6.2 Coughanowr pg. 70

Un sistema de nivel de líquido como el mostrado en la figura, tiene un área de la superficie libre del líquido de 3 m^2. Las características de la válvula son tales que:

$$q_o = 8\sqrt{h}$$

donde q es el caudal (m^3/min) y h es el nivel por encima de la válvula (m).

Calcular la constante de tiempo de este sistema si el nivel medio de operación es de:



a) 3 m

b) 9 m

Problema 02/04

Problema 6.13 Luyben p . 207

El caudal F (m^3/s) de una corriente manipulativa que pasa por una válvula de igual porcentaje de ajuste viene dado por:

$$F = C\ \alpha^{(x-1)}$$

donde C y α son constantes para cada tipo y tamaño de válvula. La posición del vástago de la válvula, x (porcentaje de apertura) viene dado por la señal de presión de salida P (kg/m^2) de un controlador realimentado. La válvula no puede ser accionada de forma instantánea, sino que se comporta aproximadamente como un sistema de primer orden:

$$\tau_v \frac{dx}{dt} + x = \frac{P-3}{12}$$

El efecto del caudal de la corriente manipulativa sobre la temperatura del proceso viene dado por:

$$\tau_p \frac{dT}{dt} + T = k\ F$$

Obtener la función de transferencia que liga la temperatura del proceso con la presión de salida del controlador.

Problema 02/05

Problema 7.4 Luyben pg.234

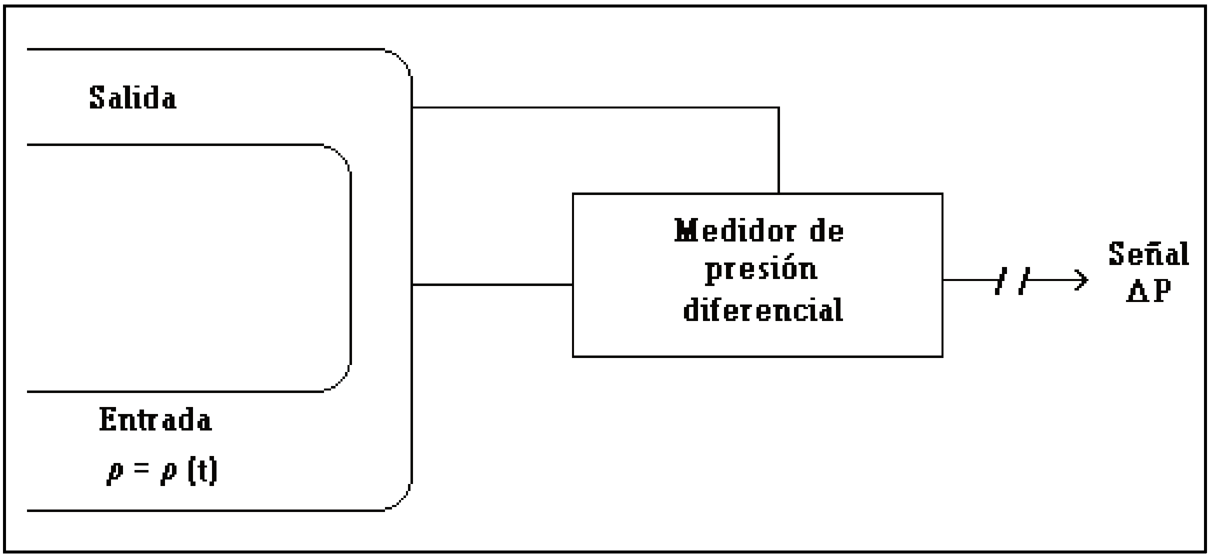
Dos reactores tipo tanque mezcla completa isotermos están conectados por un tubo muy largo que actúa dinámicamente como un tiempo muerto puro de D minutos cuando el sistema opera en estado estacionario. Los caudales de entrada a cada tanque y sus respectivos volúmenes son constantes y en ambos se produce una reacción irreversible de primer orden A $\longrightarrow$ B.

Obtener la función de transferencia que relaciona la concentración del alimento del primer tanque, C_{Ao}, y la concentración de A en la corriente que abandona el segundo tanque, C_{A2}.

Problema 02/06

Problema 7.11 Luyben pg. 235

Una forma de medir la densidad de un líquido es bombearlo lentamente a través de un tubo vertical y medir la presión diferencial entre las partes superior e inferior del tubo. Esta carga diferencial se relaciona directamente con la densidad del líquido en el tubo si las pérdidas de carga por rozamiento son despreciables.

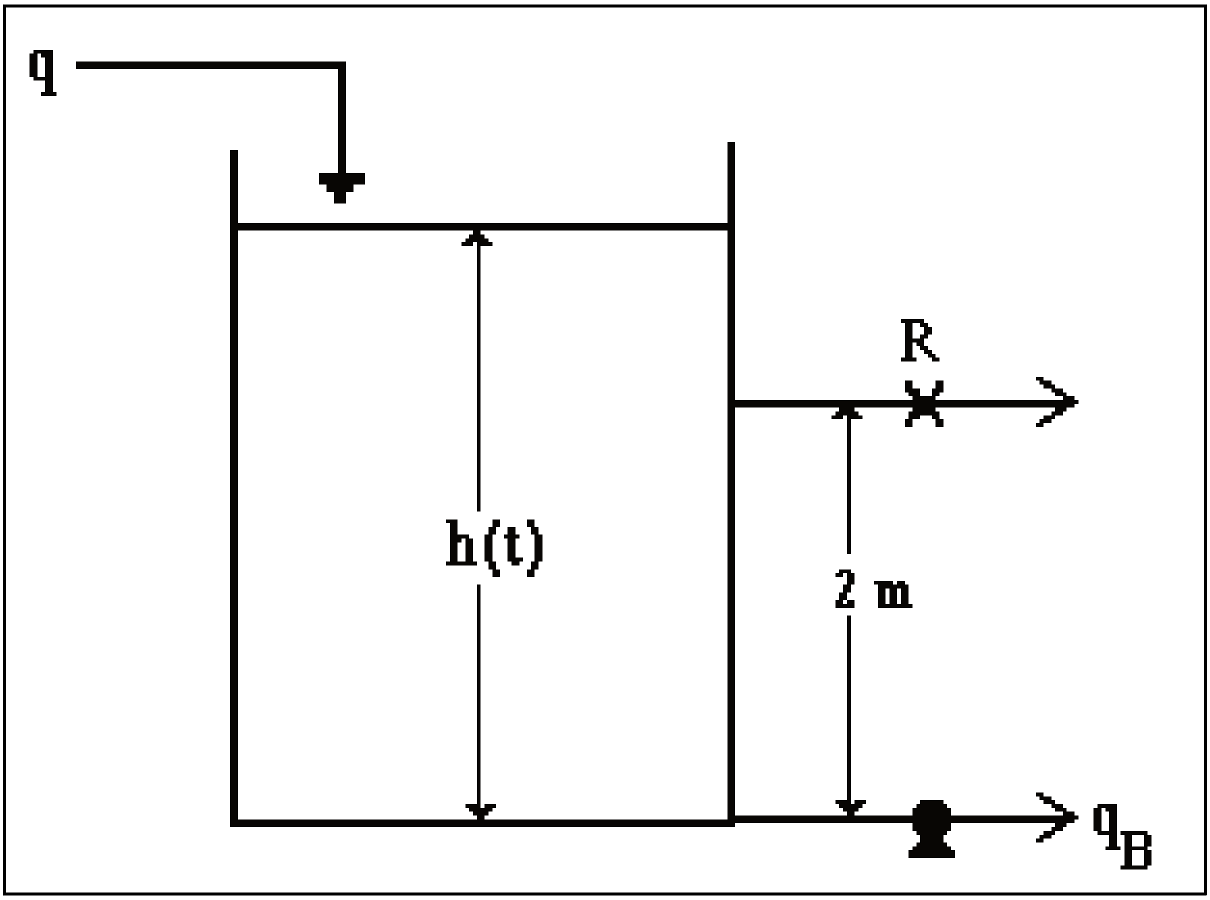


Supóngase que la densidad puede cambiar con el tiempo. ¿Cuál es la función de transferencia que relaciona una perturbación en la densidad con la medida de presión diferencial? Suponer que el fluido se mueve hacia arriba dentro de la columna vertical en flujo pistón.

Problema 02/07

Problema 6.1 Coughnowr pg. 70

Obtener la función de transferencia para el sistema de nivel de líquido de la figura cuando:



a) El nivel del tanque se mantiene alrededor del valor estacionario h_s = 1 m.

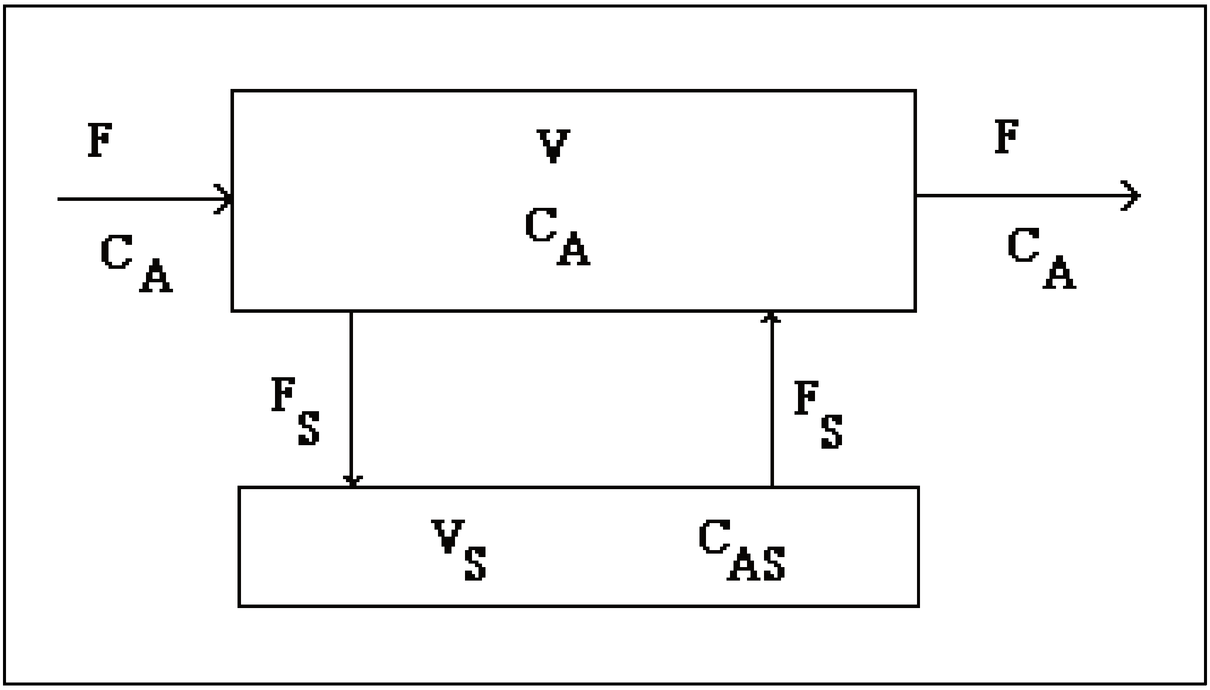
b) El nivel del tanque se mantiene alrededor del valor estacionario h_s = 3 m.

La bomba sustrae agua a una velocidad constante de 10 m^3/min; este caudal es independiente de la altura. El área de la superficie libre del líquido es de 1 m^2 y la resistencia R es de 0,5 min/m^2.

Problema 02/08

Problema 7.9 Luyben pg. 234

La mezcla incompleta en un reactor químico puede ser modelada descomponiendo el volumen total en dos secciones completamente mezcladas, con una circulación entre ellas. La alimentación entra y sale de una sección, mientras que la otra actúa como un elemento capacitivo lateral, tal como muestra la figura.



Supóngase volúmenes y caudales constantes. La reacción es un consumo de reactivo A irreversible y de primer orden; el sistema es isotermo. Resolver el sistema para la función de transferencia que relaciona las concentraciones C_{Ao} y C_A. ¿Cuáles son los ceros y los polos de la función de transferencia? ¿Cuál es la ganancia en estado estacionario?

Problema 02/09

Problema 7.12 Luyben, pg. 235

Un tanque de paredes gruesas, de masa M_M, temperatura T_M y calor específico C_M está lleno con un líquido de proceso, perfectamente mezclado, de masa M, temperatura T y calor específico C. Se hace circular un fluido calefactor a una temperatura T_J por una camisa que rodea al tanque. El coeficiente de transmisión de calor entre el fluido de proceso y la pared metálica es U, y entre el exterior del metal y el fluido calefactor, es U_M. Las áreas de transmisión de calor interna y externa son aproximadamente iguales, A.

Despreciando los gradientes de temperatura radiales a través de la pared metálica, demostrar que la función de transferencia entre T y T_J es la combinación de dos sistemas de primer orden de retardo:

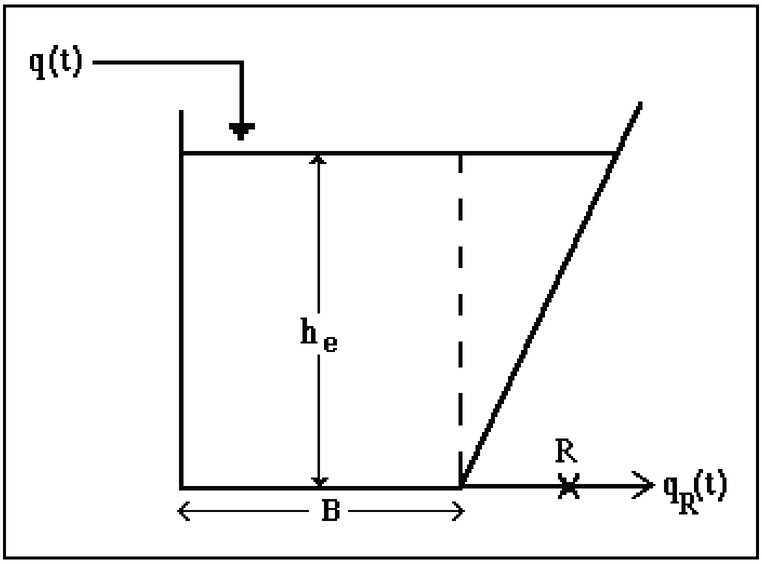
$$G(s) = \frac{K}{(\tau_1 s + 1)\ (\tau_2 s + 1)}$$

El valor de la ganancia de estado estacionario, K, es la unidad. ¿Es ésto razonable?

Problema 02/10

Problema 6.4 Coughanowr, pg. 71

Desarrollar una ecuación para obtener la constante de tiempo del sistema de nivel mostrado en la figura, cuando el nivel medio de operación es H_e. La resistencia R es lineal. El tanque tiene tres paredes vericales y una que forma un ángulo con la vertical. La distancia que separa las paredes paralelas es 1.



Problema 02/11

Figura 7.1 Coughanowr, pg 75

Considerando que el caudal de salida de un tanque es una función lineal de la altura, de la forma:

$$q = \frac{1}{R}\ h$$

obtener la función de transferencia que liga la altura del segundo tanque con el caudal de alimentación del primer tanque para los sistemas representados en las figuras a) y b).

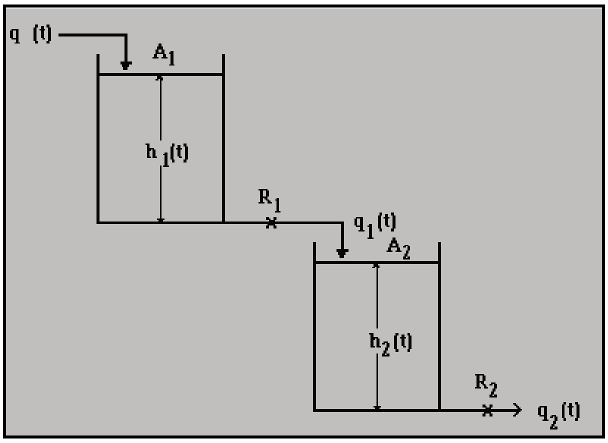


FIGURA **A**

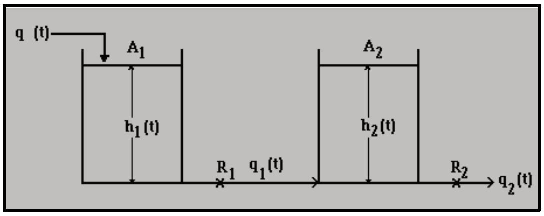
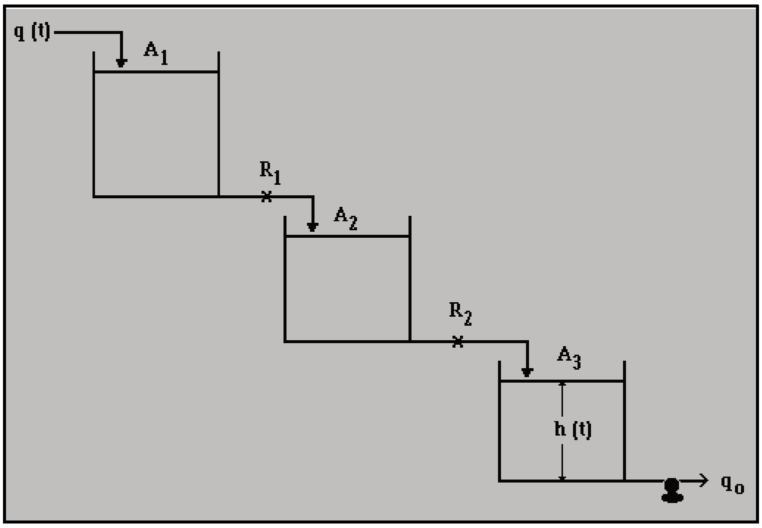


FIGURA **B**

Problema 02/12

Problema 7.1 Coughanowr, pg. 80

Determinar la función de transferencia h(s)/q(s) del sistema de nivel mostrado en la figura. Las resistencias R_1 y R_2 son lineales. El caudal de salida del tanque 3 se matiene constante por medio de una bomba.



CAPÍTULO 03

Problema 03/01

Ejemplo 6.1 Coughanowr, pg. 62

Un tanque que tiene una constante de tiempo de 1 min y una ganancia de 1/9 min/m^2 está operando en estado estacionario con un caudal de entrada de 10 m^3/min. A tiempo t = 0, el caudal se aumenta repentinamente a 100 m^3/min durante 0,1 min por adición de 9 m^3 de agua al tanque de forma uniforme a lo largo de 0,1 min. Obtener la respuesta en el nivel del tanque.

Problema 03/02

Ejemplo 2 Clement, pg. 182

Una reacción de primer orden se realiza en un tanque agitado. El tiempo de residencia es 1,6 horas y el coeficiente cinético es k = 2 h^{-1}. Calcular, en función del tiempo, la concentración de salida a partir del momento en que se cambia bruscamente la alimentación de 17,6 a 16,9 moles/m^3.

Problema 03/03

Ejemplo 1 Clement, pg. 180

Una disolución de 5 g/l de NaCl y 10 m^3/h de caudal se mezcla con un caudal de 20 m^3/h de agua en un tanque con rebosadero, de 100 m^3 de capacidad. El tanque está agitado y se supone que la mezcla es instantánea. ¿Cuál será la función del tiempo, respuesta de la concentración de salida, si la concentración de entrada pasa bruscamente de 5 g/l a 20 g/l?

Problema 03/04

Ejemplo 5.1 Coughanowr, pg. 53

Un termómetro con una constante de tiempo de 0,1 min está a una temperatura estacionaria de 90 °C. A tiempo t = 0, el termómetro se coloca en un baño termostático mantenido a 100 °C. Determinar el tiempo necesario para que el termómetro proporcione una lectura de temperatura de 98 °C.

Problema 03/05

Problema 5.1 Coughanowr, pg. 57

Un termómetro que tiene una constante de tiempo de 0,2 min se coloca en un baño termostático y, después de que el termómetro ha alcanzado el equilibrio con el baño, la temperatura de éste se incrementa linealmente con el tiempo con una velocidad de 1 °C/min.

a) ¿Cuál es la diferencia entre la temperatura que indica el termómetro y la del baño 0,1 min después de haberse iniciado el cambio de temperatura? ¿Y 1 min después?

b) ¿Cuál es la máxima desviación entre la temperatura que indica el termómetro y la del baño, y cuándo se produce?

c) Después de un tiempo lo suficientemente largo, ¿en cuántos minutos se retrasa la respuesta respecto a la entrada?

Problema 03/06

Problema 5.4/5.5 Coughanowr, pg. 58

Un termómetro de mercurio con una función de transferencia de primer orden y una constante de tiempo de 1 min está colocado en un baño termostático a 100 °C. Después de que el termómetro ha alcanzado el estado estacionario, se coloca súbitamente en otro baño a 110 °C a t = 0 y se deja en él durante 1 minuto, después de lo cual se vuelve inmediatamente al baño a 100 °C.

a) Determinar la variación de la lectura del termómetro con el tiempo.

b) Calcular la lectura del termómetro a t = 0,5 min y a t = 2 min.

c) Repetir a) y b) si el termómetro sólo está en el baño a 110 °C durante 10 s.

d) ¿Cuál sería la lectura a t = 0,1 min si el termómetro sólo hubiese estado sumergido en el baño a 110 °C durante 1 s antes de volverlo a colocar en el baño a 100 °C?

Problema 03/07

Problema 5.6/5.8 Coughanowr, pg. 58

Un termómetro de mercurio marca una temperatura de 75 °C. Súbitamente, se coloca en un baño de aceite a 400 °C. Se obtuvieron los siguientes datos de respuesta del termómetro:

Tiempo (s)	Lectura (°C)
0,0	75
1,0	107
2,5	140
5,0	205
8,0	244
10,0	282
15,0	328
30,0	385

Estimar la constante de tiempo del termómetro de dos formas diferentes.

De nuevo se deja que el termómetro alcance el equilibrio a 75 °C. Entonces se coloca en el baño de aceite a 400 °C durante menos de 1 s y se saca rápidamente del baño, volviéndose a exponer a 75 °C. Se puede estimar que el coeficiente de transmisión de calor hacia el termómetro en el aire es la quinta parte que en el baño de aceite. Si a los 10 s de sacarlo del baño el termómetro marca 98 °C, estimar el tiempo durante el cual el termómetro estuvo en el baño.

Problema 03/08

Problema 6.3 Coughanowr, pg. 70

Un tanque que tiene una sección de 2 m^2 está operando en estado estacionario con un caudal de entrada de 2 m^3 /min. Las características del caudal de salida vienen dadas en función de la altura por la expresión:

$$F_2 = 0{,}5\ h - 0{,}2\ (m^3/\mathrm{min})$$

a) Obtener la función de transferencia $h(s)/F_1(s)$.

b) Si el caudal de entrada al tanque aumenta de 2,0 a 2,2 m^3/min según una variación en escalón, calcular el nivel del liquido en el tanque dos minutos después de haberse producido el cambio en el caudal de entrada.

Problema 03/09

Problema 3.4 Coulson, pg. 595

Un tanque de sección 2,3 m^2 opera en estado estacionario con un caudal de entrada de 1,9 m^3/min. Para alturas de liquido entre 0,1 y 1 m, las características del caudal de salida vienen dadas por la expresión:

$$F_2 = 2\ h + 1{,}4 \qquad (m^3/\mathrm{min})$$

Determinar las funciones de transferencia que relacionan el caudal de entrada y el nivel del líquido, y los caudales de entrada y salida.

Si el caudal de entrada aumenta de 1,9 a 2,1 m^3/min según un cambio en escalón, calcular el nivel del líquido 3 minutos después de haberse producido el cambio.

Problema 03/10

Ejemplo 3 Clement, pg. 183

Un tanque tiene un área de 1 m^2, una profundidad normal de 4 m y un caudal normal de descarga de 20 m^3/h. ¿Cómo cambia la profundidad con el tiempo si el flujo se incrementa bruscamente a 25 m^3/h?

Supóngase que la variación del caudal de salida con la altura es del tipo:

$$F_2 = b\ \sqrt{h} \qquad (m^3/h)$$

Problema 03/11

Problema 7.10 Luyben, pg. 234

Una forma de determinar la velocidad de cambio de una variable de proceso es medir la presión diferencial $\Delta P = P_{OUT} - P_{IN}$ en un dispositivo llamado "*unidad derivada*", que tiene como función de transferencia:

$$\frac{P_{OUT}(s)}{P_{IN}(s)} = \frac{\tau s + 1}{(\tau/6)s + 1}$$

a) Obtener la función de transferencia entre ΔP y P_{IN}.

b) Demostrar que la señal ΔP será igual a la velocidad de aumento de P_{IN}, después de un período transitorio inicial, cuando P_{IN} es una función rampa.

Problema 03/12

Problema 6.6 Coughanowr, pg. 71

Un termopar de área A = 0,1 cm^2, masa m= 0,1 g, capacidad calorífica C_p = 0,12 cal/g.°C y emisividad ϵ = 0,7, está situado en el interior de un horno que normalmente se encuentra a 1.100 °C. A estas temperaturas se puede considerar despreciable la transmisión de calor por conducción y convección frente a la radiación hacia el termopar. Teniendo en cuenta que la cantidad de calor intercambiada por radiación entre dos cuerpos, Q, viene dada por la ecuación:

$$Q = A\epsilon\sigma(T_i^4 - T_o^4)$$

donde σ es la constante de Stephan-Boltzman (σ = 1,356·10^{-12} cal/(cm^2.s.°C^4)

a) Determinar la función de transferencia linealizada entre la temperatura del horno, T_1 y la temperatura del termopar, T_o.

b) Obtener la respuesta del termopar a un cambio en escalón de 10 °C en la temperatura del horno.

Problema 03/13

Ejemplo 2 Clement, pg. 187

En un cierto manómetro, al incrementarse bruscamente la presión, se observa un movimiento oscilatorio del liquido manométrico, con una sobreoscilación máxima de 0,8 y una frecuencia de oscilación de 1 ciclo/s. Calcular el coeficiente de amortiguamiento y la frecuencia natural del manómetro.

Problema 03/14

Ejemplo 1 Clement, pg. 185

Una válvula de control utiliza aire a presión que actúa sobre un diafragma cuya área efectiva es de 630 cm^2. La masa del vástago de la válvula y accesorios se estima en 162 kg. La fuerza que opone el muelle a su compresión viene dada en función de la distancia recorrida:

$$f_1 = k\, x \qquad (k = 1.008\ Nw/cm)$$

Las fuerzas de resistencia que se oponen al movimiento del vástago vienen dadas por:

$$f_2 = c\, \frac{dx}{dt} \qquad (c = 36 Nw.s/cm)$$

Calcúlese:

a) La función de transferencia x(s)/P(s), basándose en el balance de fuerzas.

b) La respuesta, en función del tiempo, para un cambio brusco en la presión del aire.

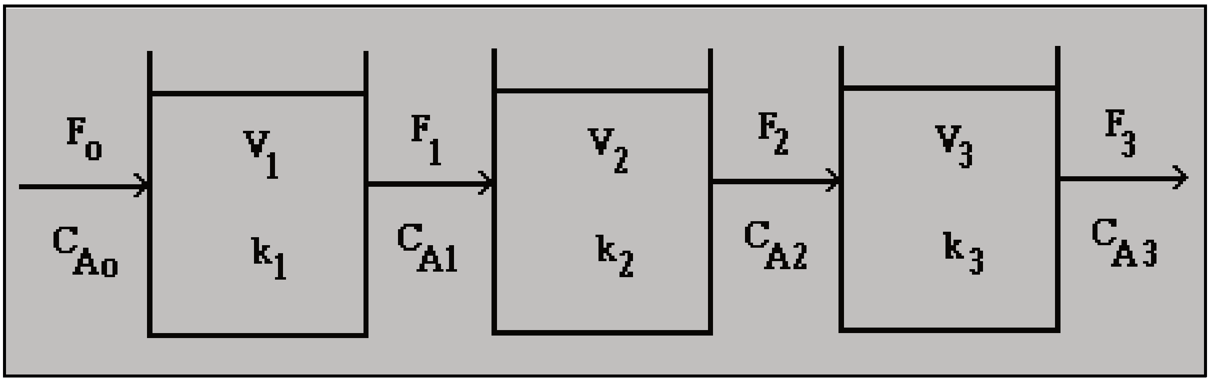
c) La distancia recorrida por el vástago cuando la presión del aire cambia bruscamente de 0,4 a 0,8 kg-f/cm^2.

Problema 03/15

Ejemplo 7.5 Luyben, pg. 223

Obtener la función de transferencia que relaciona la concentración de salida con la de entrada para el sistema de tres reactores tipo tanque mezcla completa en serie mostrado en la figura, en los cuáles se producen sendas reacciones de primer orden a distinta velocidad.

Obtener la respuesta en la concentración de salida, si se aplica a la entrada un escalón unitario de concentración, suponiendo que los términos **k + F/V** son iguales para los tres reactores.



Problema 03/16

Problema 6.7 Coughanowr, pg. 72

Un sistema de nivel de líquido tiene las siguientes características:

Dimensiones del tanque: 10 m de altura y 5 m de diámetro.

Características de operación en estado estacionario:

Caudal de entrada (m^3/h)	Nivel de estado estacionario (m)
0	0
5.000	0,7
10.000	1,1
15.000	2,3
20.000	3,9
25.000	6,3
30.000	8,8

a) Obtener la respuesta del nivel del tanque bajo las siguientes circunstancias: el caudal de entrada se mantiene a 300 m^3/min durante una hora y luego se aumenta súbitamente a 400 m^3/h.

b) ¿Qué precisión se tiene para el nivel de estado estacionario, calculado éste a partir de la respuesta dinámica, si se compara con el valor dado por la tabla anterior?.

Problema 03/17

Ejemplo 7.1 Coughanowr, pg. 76

Dos tanques cuyas resistencias al caudal de salida son lineales están dispuestos en serie sin interaccionar entre ellos, es decir, el primero vierte sobre la superficie libre del segundo. Teniendo en cuenta que sus constantes de tiempo son $\tau_1 = 0{,}5$ y $\tau_2 = 1$, y que la resistencia del segundo tanque es igual a la unidad, obtener la respuesta del nivel del segundo tanque cuando en el primero se realiza una perturbación en el caudal de entrada equivalente a un escalón unitario.

Problema 03/18

Problema 7.3 Coughanowr pg. 81

Dos tanques de almacenamiento de volumen V están dispuestos de tal manera que si se alimenta agua al primer tanque, un volumen igual de líquido rebosa desde el primer tanque al segundo, y lo mismo sucede con la salida del segundo tanque. Cada tanque contiene inicialmente componente A a una cierta concentración C_o y está equipado con un mezclador ideal. A tiempo cero se alimenta una corriente de concentración nula al primer tanque a un caudal volumétrico F. Encontrar la concentración resultante en cada tanque como función del tiempo.

Problema 03/19

Poblema 8.1 Coughanowr, pg. 95

Se introduce un cambio en escalón de magnitud 4 en un sistema que tiene la función de transferencia:

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{10}{s^2 + 1{,}6\,s + 4}$$

Determinar:

a) Porcentaje de sobreoscilación.

b) Tiempo de subida.

c) Valor máximo de Y(t)

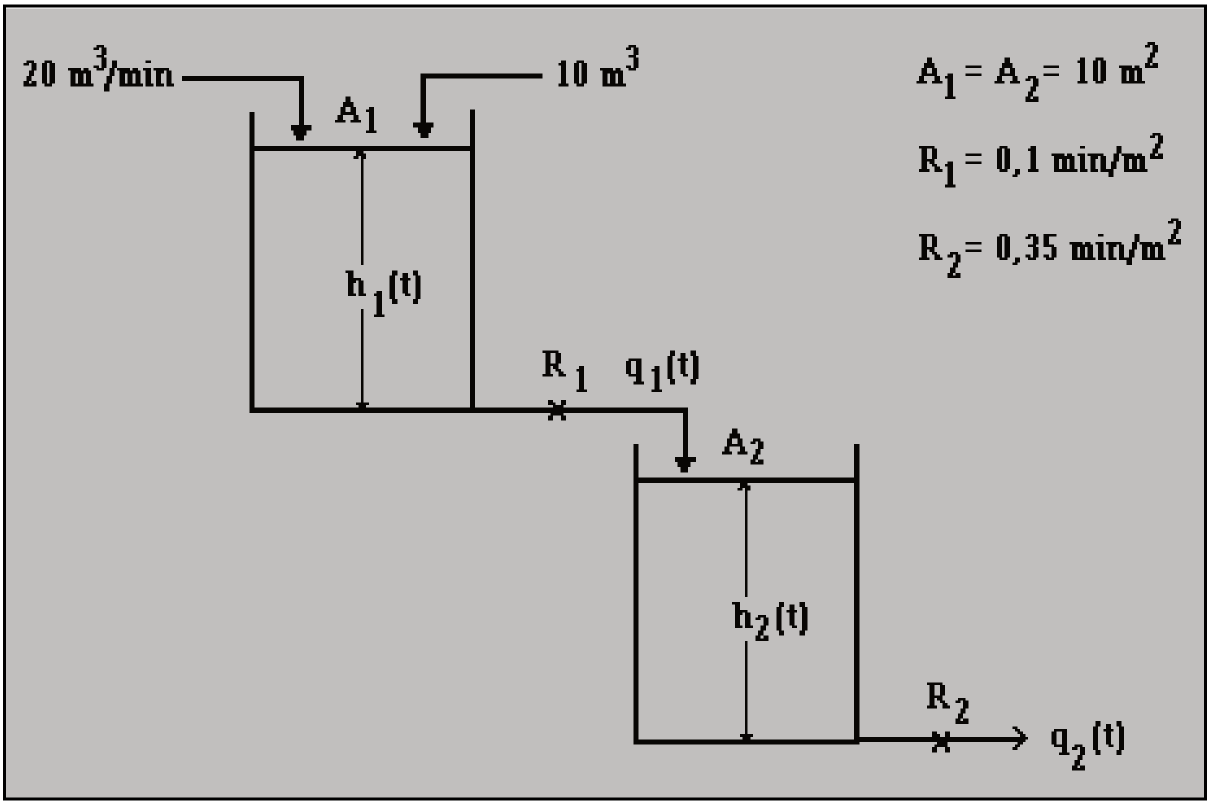
d) Valor de régimen permanente de Y(t).

e) Período de oscilación.

Problema 03/20

Problema 8.2 Coughanowr, pg. 95

El sistema de dos tanques de la figura está operando en estado estacionario. A tiempo t = 0, se añaden bruscamente 10 m^3 de agua al primer tanque. Determinar la máxima desviación de nivel en ambos tanques respecto a los valores de estado estacionario y el tiempo al que ocurre cada uno de los mismos.



Problema 03/21

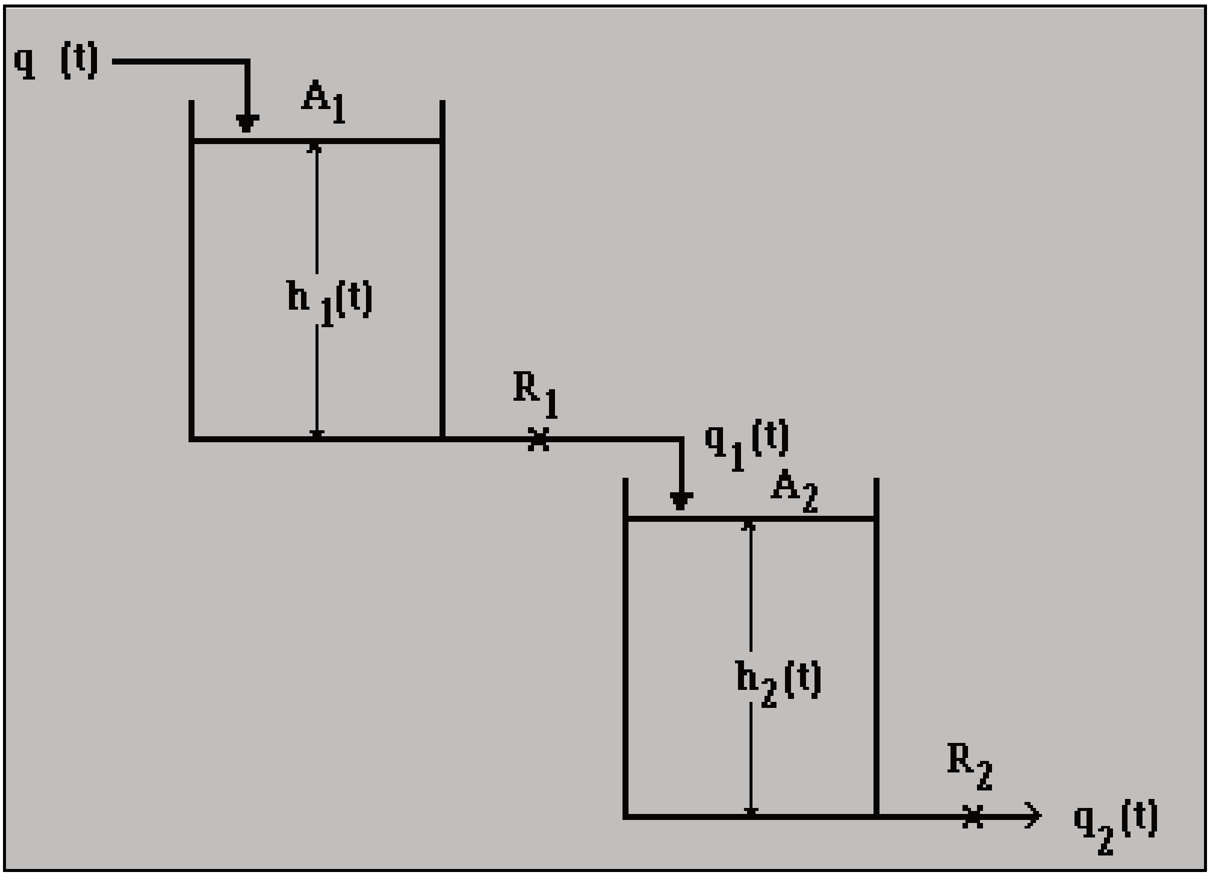
Problema 8.3 Coughanowr, pg. 95

El sistema de nivel de líquido de dos tanques mostrado en la figura opera en estado estacionario y es sometido a un escalón de caudal de entrada al tanque 1. La respuesta transitoria está críticamente amortiguada y pasa 1 min hasta que la variación de nivel del segundo tanque alcanza el 50 % del cambio total.

a) Si la relación entre las áreas de los tanques es $\mathbf{A_1/A_2 = 2}$ calcular la relación $\mathbf{R_1/R_2}$.

b) Calcular la constante de tiempo de cada tanque.

c) ¿Cuánto tiempo tardaría en cambiar el nivel del primer tanque hasta alcanzar el 90 % del cambio total?.



Problema 03/22

Ejemplo 3.1 Harriot, pg. 27

Dos gases A y B se alimentan contínuamente a un tanque de volumen 30 m^3. Las condiciones normales del tanque son 40 atm y 80 °C y los caudales normales de entrada son F_A = 40 m^3/min y F_B = 10 m^3/min. Si el caudal de B súbitamente se aumenta a 12 m^3/min, ¿cuándo alcanza la concentración de B a la salida el 90% del nuevo estado estacionario.

Problema 03/23

Ejemplo 3.2 Harriot, pg. 29

Una reacción de primer orden (k = 2 h^{-1}) se lleva a cabo en un tanque agitado de tiempo de retención hidráulico 1,6 horas. Mostrar el efecto de un cambio súbito en la concentración de la alimentación de 0,5 a 0,48 mol/m^3.

Problema 03/24

Ejemplo 3.3 Harriot, pg. 35

Un tanque, cuyo caudal de salida no es lineal con la altura ($F_2 = bh^{1/2}$), tiene un área de 1 m^2, una altura normal de líquido de 4 m y un caudal normal de descarga de 20 m^3/h, ¿Cómo cambiará la altura con el tiempo si el caudal de entrada se aumenta bruscamente a 25 m^3/h?.

Problema 03/25

Problema 3a Harriot, pg. 37

Un tanque cilíndrico abierto de 4 m de diámetro está lleno de agua hasta una altura de 3 m. El agua sale a través de una válvula de control de 2" a un caudal medio de 30 m^3/h. Si la entrada se aumenta de 30 a 40 m^3/h, ¿cuál será la nueva altura del agua en el tanque y cuánto tardará en alcanzarse el 95 % de la variación de nivel?

Nota: El caudal se salida no es lineal con la altura, es decir, $q_2 = b \sqrt{h}$.

Problema 03/26

Problema 4 Harriot, pg. 57

Dos corrientes acuosas de A y B fluyen continuamente a un tanque agitado y reaccionan rápidamente, liberando 500 kcal/kg de disolución A. La reacción es prácticamente completa y la liberación de calor es, por tanto, independiente de pequeños cambios de temperatura. Se hace circular agua a través de un sepentín refrigerante a tal caudal, que el aumento de temperatura del agua de refrigeración es muy pequeño. Considerando los siguientes datos:

F_A = 1.000 kg/h alimentados al reactor (disolución A)

F_B = 1.000 kg/h alimentados al reactor (disolución B)

C_p = 1 kcal/kg.°C para ambas corrientes

W = 5.000 kg contenido del tanque

A = 30 m^2 área del serpentín

U = 600 kcal/h.m^2.°C

Θ_a = 80 °C temperatura de entrada de las corrientes A y B

Θ_b = 70 °C temperatura del agua de refrigeración

Calcular:

a) La temperatura de salida

b) La temperatura de salida 5 minutos después de que la temperatura del agua de refrigeración haya caído bruscamente a 60 °C.

Problema 03/27

Problema 6 Harriot, pg. 57

Los siguientes datos se obtuvieron realizando una perturbación en escalón sobre el caudal de vapor de un proceso, midiendo la temperatura de salida con un termómetro alojado en una vaina conteniendo un líquido:

Tiempo (min)	Temperatura (°C)
0	50
2	51
4	54

6	58
8	62
10	65
12	68
14	71
16	73
20	76
30	79

Suponiendo que el termómetro y su alojamiento siguen una dinámica de segundo orden como dos procesos en serie de primer orden, y que el producto R_1C_2 (resistencia del alojamiento por capacidad del termómetro) es despreciable, obtener las dos constantes de tiempo efectivas del proceso.

CAPÍTULO 04

Problema 04/01

Ejercicios 5.1/5.2 Creus, pg. 111

Determinar la respuesta frecuencial de la función de transferencia:

$$G(s) = \frac{1}{1 + 5s}$$

y representar dicha respuesta en un diagrama de Bode.

Problema 04/02

Ejercicio 5.5 Creus, pg. 111

Representar en el plano de Nyquist la respuesta frecuencial de la función de transferencia:

$$G(s) = \frac{1}{1 + 3s}$$

Problema 04/03

Ejercicio 5.5 Creus, pg. 111

Representar en el diagrama de Nichols la respuesta frecuencial de la función de transferencia:

$$G(s) = \frac{1}{1 + 3s}$$

Problema 04/04

Ejercicio 5.7 Creus, pg. 111

Representar en el diagrama de Bode la función de transferencia del tiempo muerto:

$$G(s) = e^{-2s}$$

Problema 04/05

Ejercicio 5.8 Creus, pg. 111

Un sistema de segundo orden tiene una frecuencia de oscilación natural de 2 rad/s y un coeficiente de amortiguamiento unidad. Determinar su respuesta frecuencial y representarla en el diagrama de Bode.

Problema 04/06

Ejercicio 5.11 Creus, pg 111

Determinar la respuesta frecuencial de un sistema que tiene la función de transferencia indicada, representándola en el diagrama de Bode.

$$G(s) = 0{,}5\ (1 + \frac{1}{2\ s})$$

Problema 04/07

Ejercicio 5.12 Creus, pg. 111

Determinar la respuesta frecuencial de un sistema que tiene la función de transferencia:

$$G(s) = 2\ (1 + \frac{1}{0{,}1\ s} + 10\ s)$$

Problema 04/08

Ejercicio 1 Clement, pg. 200

Obténgase el diagrama de amplitudes de Bode para la función de transferencia:

$$G(s) = \frac{s}{(0,1\ s + 1)(25\ s^2 + s + 1)}$$

Supóngase que la aproximación asintótica de los diagramas de Bode es suficiente.

Problema 04/09

Problema 8.1.a Luyben, pg. 276

Obtener los diagramas de Nyquist, Bode y Nichols de la función de transferencia:

$$G(s) = \frac{1}{(s + 1)^3}$$

Problema 04/10

Problema 8.1.b Luyben, pg. 276

Obtener los diagramas de Nyquist, Bode y Nichols de la función de transferencia:

$$G(s) = \frac{1}{(s + 1)\ (10\ s + 1)\ (100\ s + 1)}$$

Problema 04/11

Problema 8.1c Luyben, pg. 277

Obtener los diagramas de Nyquist, Bode y Nichols de la función de transferencia:

$$G(s) = \frac{1}{s^2 (s + 1)}$$

Problema 04/12

Problema 8.1.d Luyben, pg. 277

Obtener los diagramas de Nyquist, Bode y Nichols para la función de transferencia:

$$G(s) = \frac{s + 1}{\frac{1}{6}s + 1}$$

Problema 04/13

Problema 8.1.e Luyben, pg. 277

Obtener los diagramas de Nyquist, Bode y Nichols para la función de transferencia:

$$G(s) = \frac{s}{2 s + 1}$$

Problema 04/14

Problema 8.1.f Luyben, pg. 277

Obtener los diagramas de Nyquist, Bode y Nichols para la función de transferencia:

$$G(s) = \frac{1}{(10\ s + 1)\ (s^2 + s + 1)}$$

Problema 04/15

Problema 8.4 Luyben, pg. 277

Obtener los diagramas de Nyquist, Bode y Nichols para la función de transferencia:

$$G(s) = \frac{-3\ s + 1}{(s + 1)\ (5\ s + 1)}$$

Problema 04/16

Problema 8.5 Luyben, pg. 277

Obtener los diagramas de Nyquist, Bode y Nichols para la función de transferencia:

$$G(s) = \frac{7{,}5\ (s + 0{,}2)}{s\ (s + 1)^3}$$

Problema 04/17

Problema 4 Harriot, pg. 108

Calcular las constantes de tiempo efectivas de la función de transferencia que relaciona el caudal de entrada y el nivel de dos tanques abiertos conectados en serie. Ambos tanques son cilindros verticales de 4 m de diámetro y 10 m de altura. La salida del primer tanque está conectada al fondo del segundo tanque, y éste está 2 m por debajo del fondo del primero. Los niveles normales son 8 m en el primer tanque y 7 m en el segundo, y el caudal normal es de 50 m^3/min.

Representar la respuesta frecuencial del nivel en ambos tanques para variaciones en el caudal de entrada al primer tanque.

Problema 04/18

Problema propio basado en práctica RLC

Se ha realizado el estudio frecuencial de un sistema de segundo orden de retraso, obteniéndose los siguientes datos:

f (kHz)	L (db)	-ψ (rad)
1	0,08	0,07
3	0,17	0,28
5	0,66	0,40
8	1,43	0,76
10	2,00	1,09
11	1,36	1,29
12	1,28	1,47
12,5	0,82	1,57
13	0,58	1,65
14	-0,63	1,94
20	-6,74	2,44
30	-15,39	2,76
40	-20,00	2,83
50	-24,44	2,95
70	-33,98	3,03
100	-40,00	3,04

a) Obtener la frecuencia de corte, el coeficiente de amortiguamiento y la frecuencia natural del sistema.

b) Obtener las expresiones para calcular la amplitud y la frecuencia máximas.

c)¿Cuál sería el valor del coeficiente de amortiguamiento para el cual la curva de amplitud del diagrama de Bode no presenta un máximo?

d) Obtener la función de transferencia del sistema en el dominio de Laplace.

CAPÍTULO 06

Problema 06/01

Problema 10.1 Coughanowr, pg. 122

Un controlador PI neumático tiene una presión de salida de 10 psi cuando el punto de consigna y el indicador coinciden. Súbitamente, ambos puntos son separados 0,5", es decir, se introduce un cambio en escalón en el error, y se obtienen los siguientes datos:

Tiempo (s)	Presión de salida (psi)
0-	10
0+	8
20	7
60	5
90	3,5

Determinar la ganancia (psi/" separación) y el tiempo integral del controlador.

Problema 06/02

Problema 10.2 Coughanowr, pg. 122

A un controlador PID se le introduce un cambi en escalón unitario en la señal de error. Si K_c = 10, T_i = 1 y T_d = 0,5, obtener la respuesta del controlador, Y(t).

Problema 06/03

Problema 10.3 Coughanowr, pg. 122

Un controlador ideal PD tiene la función de transferencia:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{\epsilon(t)} = K_c \, (T_d s + 1)$$

Sin embargo, un controlador PD real tiene la función de transferencia:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{\epsilon(s)} = K_c \, \frac{T_d \, s + 1}{(T_d/\beta) \, s + 1}$$

donde β es una constante de valor elevado en un controlador industrial.

Si se introduce un cambio en escalón unitario en el error del controlador real, demostrar que:

$$Y(t) = K_c \, (1 + A \, e^{-\beta t/T_d})$$

donde A es una función de β, que se pide determinar.

Obtener la ecuación de respuesta del controlador real a un cambio en escalón unitario en el error para $\beta = 5$ y $K_c = 0{,}5$.

Demostrar que, cuando β ∞, la respuesta a escalón unitario del controlador real se aproxima a la del controlador ideal.

Problema 06/04

Problema 10.4 Coughanowr, pg. 122

Un controlador PID está en estado estacionario con una presión de salida de 9 psig. El punto de consigna y el indicador están inicialmente juntos. A tiempo t = 0, el punto de consigna se comienza a separar del punto indicador a una velocidad de 0,5 "/min en la dirección de lecturas más bajas. Los parámetros del controlador son:

K_c = 2 psig/" de movimiento de indicador

T_i = 1,25 min

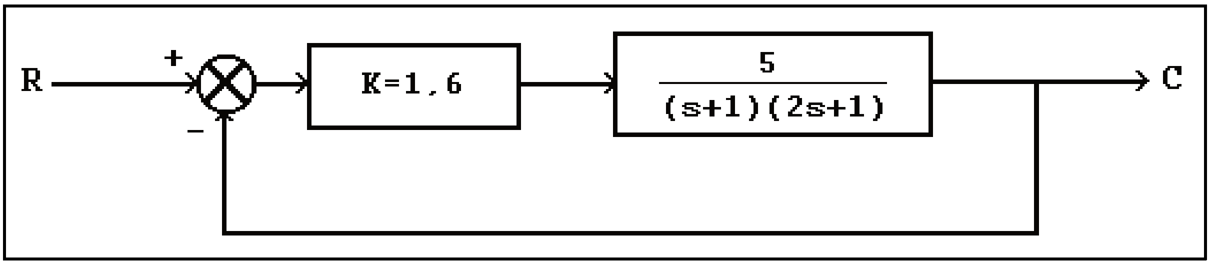
T_d = 0,4 min

Obtener la variación de la presión de salida con el tiempo.

Problema 06/05

Problema 13.1 Coughanowr, pg. 146

Al punto de consigna del sistema de control mostrado en la figura se le aplica un cambio en escalón de 0,1 unidades. Determinar, obteniendo la respuesta C(t):



a) El máximo valor de C y el tiempo al que ocurre.

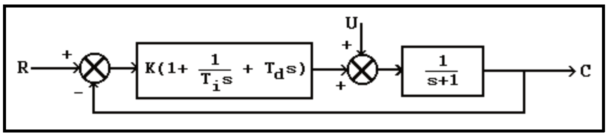
b) La separación residual permanente.

c) El período de oscilación.

Problema 06/06

Problema 13.2 Coughanowr, pg. 146

El sistema de control mostrado en la Figura contiene un controlador PID.



a) para el lazo cerrado, desarrollar las fórmulas para el período de oscilación natural, ω_o y para el factor de amortiguamiento, γ, en función de los parámetros K, T_i, T_d y τ.

Para los siguientes apartados, $T_i = T_d = 1$ y $\tau = 2$.

b) Calcular γ cuando K = 0,5 y cuando K = 2

c) ¿Se aproximan γ y ω_o a valores límites al aumentar K, y si ésto es así, cuáles son estos valores?

d) Determinar la separación residual permanente para un cambio en escalón unitario en la carga, si K = 2.

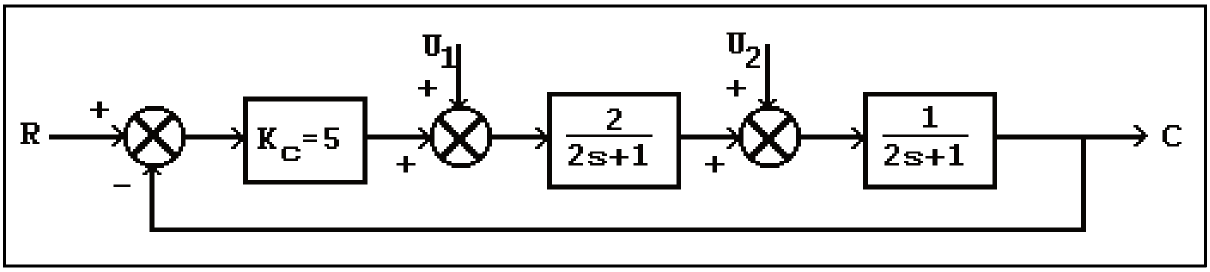
e) Obtener la curva de respuesta temporal para un cambio en escalón en la carga cuando K = 0,5 y cuando K = 2.

f) En los dos casos del apartado e), determinar el valor máximo de C y el tiempo a que se produce.

Problema 06/07

Problema 13.3 Coughanowr, pg. 146

La posición de una perturbación en la carga en un lazo de control puede afectar a la respuesta del sistema. En el diagrama de bloques mostrado en la figura, una perturbación en escalón unitario entra en la posición 1 o en la posición 2.



a) ¿Cuál es la frecuencia de la respuesta transitoria cuando la carga entra en la posición 1 y cuando entra en la posición 2?

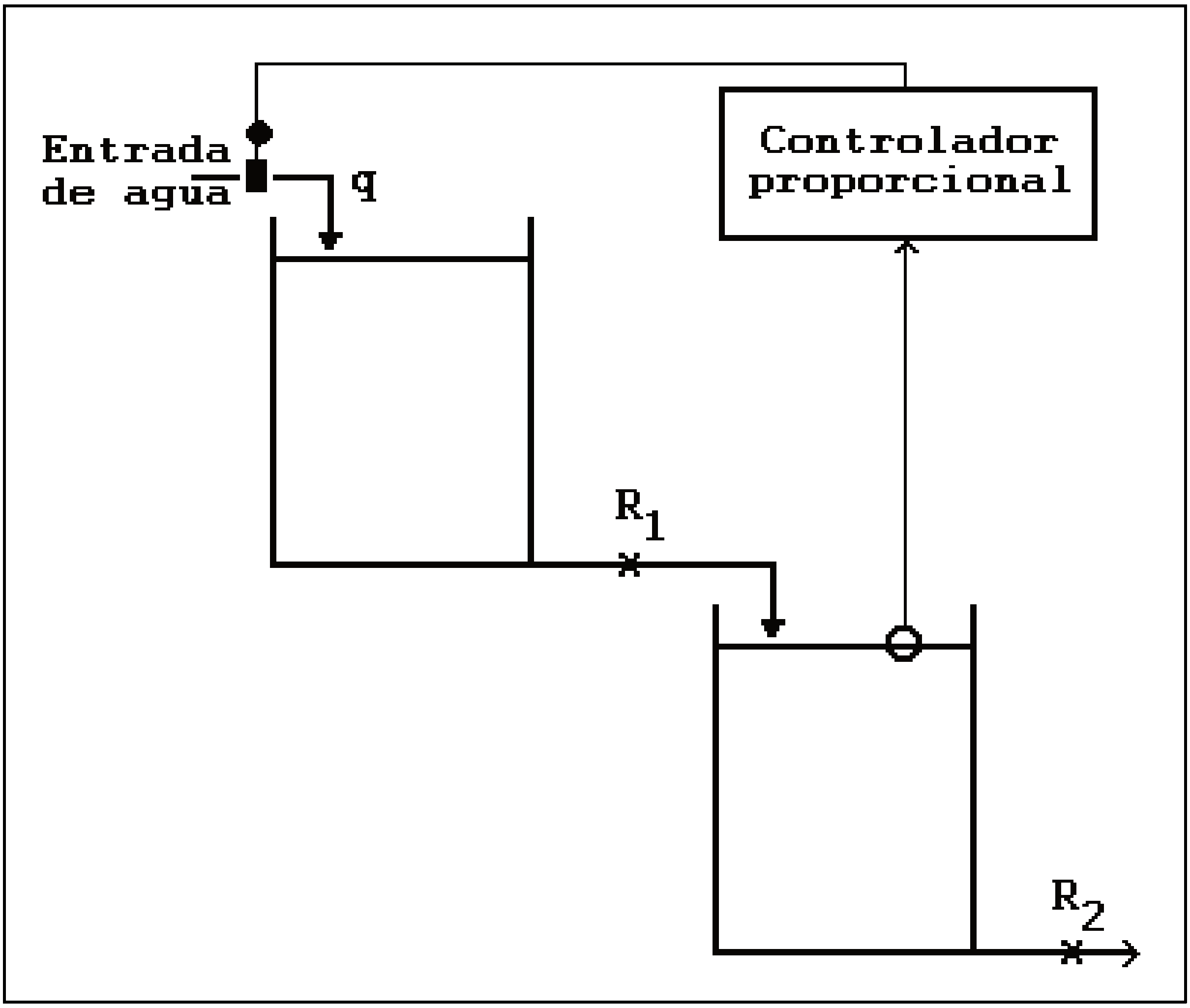
b) ¿Cuál es la separación residual permanente cuando la carga entra en la posición 1 y cuando entra en la posición 2?

c) Obtener la respuesta transitoria a un cambio en escalón en U_1 y a un cambio en escalón en U_2.

Problema 06/08

Porblema 13.4 Coughanowr, pg. 147

Considérese el sistema de control de nivel de líquido mostrado en la figura. Los tanques no interaccionan. Se conoce la siguiente información:



1) Las resistencias de las salidas son lineales. Estas resistencias fueron determinadas por separado y se encontró que, el caudal de estado estacionario q (m^3/min) se representaba frente al nivel del tanque en estado estacionario, h (m), la pendiente de la recta, dq/dh es 2 m^2/min.

2) La superficie libre de líquido en cada tanque es de 2 m^2.

3) La válvula de control se estudió por separado y se encontró que un cambio de 1 psi en la presión de entrada a la válvula producía una variación en el caudal de 0,1 m^3/min.

4) No existen retardos dinámicos en la válvula ni en el elemento de medida.

a) Obtener un diagrama de bloques de este sistema de control; en cada bloque, dar la función de transferencia con los valores numéricos de los parámetros.

b) Determinar la ganancia del controlador, K_c, para obtener una respuesta críticamente amortiguada.

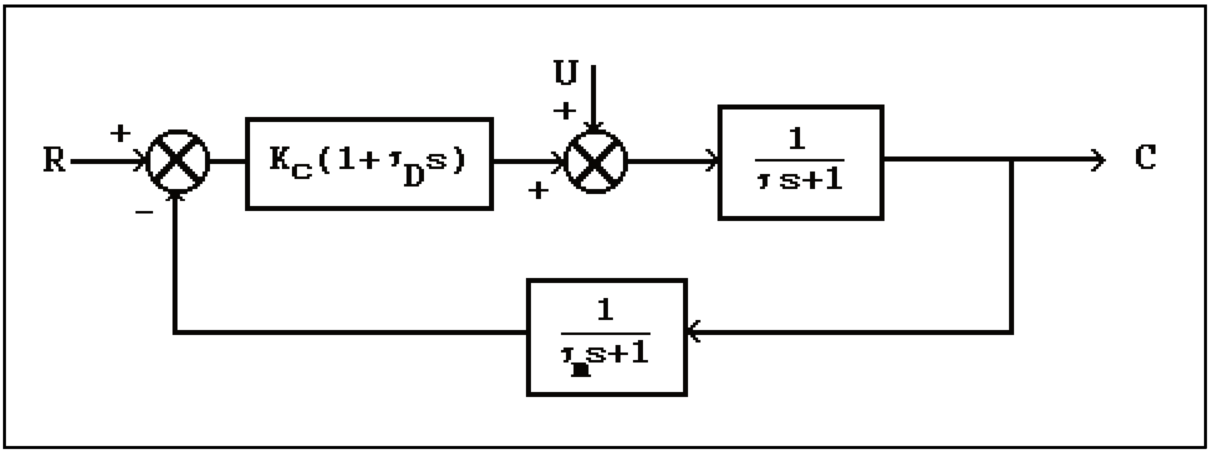
c) Si los tanques se conectan de tal forma que se produzca una interacción entre ellos, ¿cuál será el valor de K_c necesario para un amortiguamiento crítico?

d) Utilizando 1,5 veces el valor de K_c determinado en el apartado c), determinar la respuesta en el nivel del segundo tanque a una variación en escalón del punto de consigna de 1" en el nivel.

Problema 06/09

Problema 13.5 Coughanowr, pg. 148

Un controlador PD se utiliza en un sistema de control que tiene un proceso de primer orden y un retardo en la medida, tal como se muestra en la figura.



a) Encontrar la expresión para γ y ω para la respuesta en lazo cerrado.

b) Si τ_1 = 1 min y τ_m = 10 s, obtener K_c para γ = 0,7 para los dos casos:

1) $\tau_D = 0$

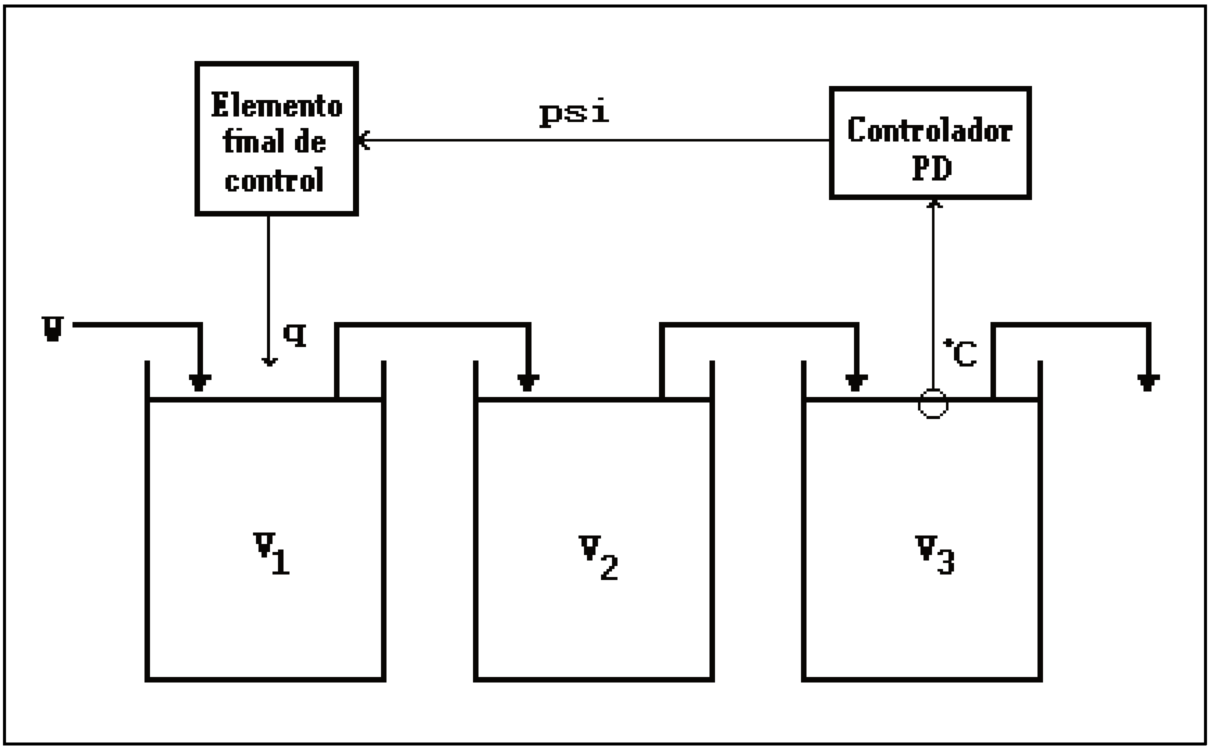
2) τ_D = 3 s

c) Comparar la separación residual permanente y el período de oscilación para ambos casos y comentar la ventaja que tiene añadir la acción diferencial.

Problema 06/10

Problema 13.6 Coughanowr, pg. 148

El sistema térmico mostrado en la figura está controlado por un controlador PD y se conocen los siguientes datos:



W = 250 kg/min	V_1 = 4 m^3
ρ = 62,5 kg/m^3	V_2 = 5 m^3
C = 1 kcal/kg.°C	V_3 = 6 m^3

Una variación de 1 psi desde el controlador varía el caudal de calor q en 500 kcal/min. La temperatura de la corriente de entrada puede variar y no existe retardo en el elemento de medida.

a) Dibujar un diagrama de bloques del sistema de control con la función de transferencia apropiada en cada bloque. Cada función de transferencia debe contener los valores numéricos de los parámetros.

b) A partir del diagrama de bloques, determinar la función de transferencia global que relaciona la temperatura en el tanque 3 con la variación en el punto de consigna.

c) Obtener la separación residual permanente para un cambio en escalón unitario en la temperatura de entrada si la ganancia del controlador K_c es 3 psi por grado de temperatura de error y el tiempo diferencial es 0,5 min.

Problema 06/11

Ejemplo 1 (Problema 3) Clement (Harriot), pg. 190 (85)

Un proceso tiene dos constantes de tiempo principales (minutos) y está controlado por un controlador proporcional:

$$G_1 = \frac{0,5}{2s + 1} \; ; \qquad G_2 = \frac{5}{s + 1}$$

a) ¿Cuál es la ganancia recomendada para el controlador para un coeficiente de amortiguamiento de 0,3?.

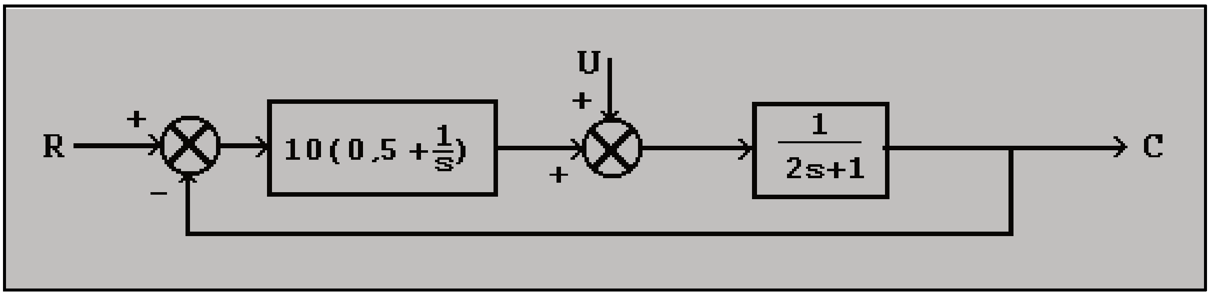
b) Obténgase la función respuesta a un cambio brusco en el valor de consigna y en la variable de entrada. Dense valores numéricos para la frecuencia, la máxima sobreoscilación y el valor estacionario.

CAPÍTULO 07

Problema 07/01

Ejemplo 14.1 Coughanowr, pg. 154

Un sistema de control viene dado por el siguiente diagrama de bloques:



Calcular las raíces de la ecuación característica y determinar si el sistema es estable.

Problema 07/02

Ejemplo 14.2 Coughanowr, pg. 156

Dada la ecuación característica de un sistema:

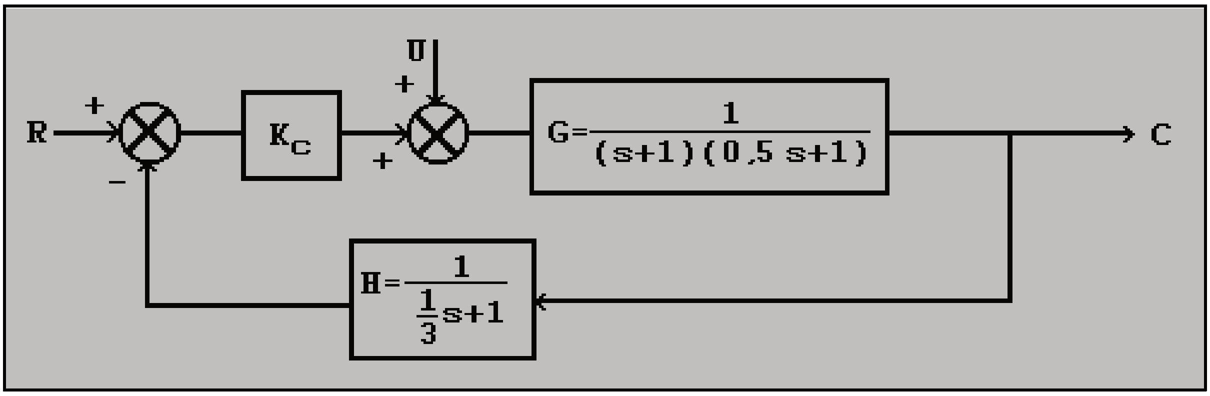
$$s^4 + 3s^3 + 5s^2 + 4s + 2 = 0$$

determinar la estabilidad aplicando el criterio de Routh.

Problema 07/03

Ejemplo 14.3 Coughanowr, pg. 157

Determinar los valores de K_c para los cuáles el sistema de control de la figura es estable.

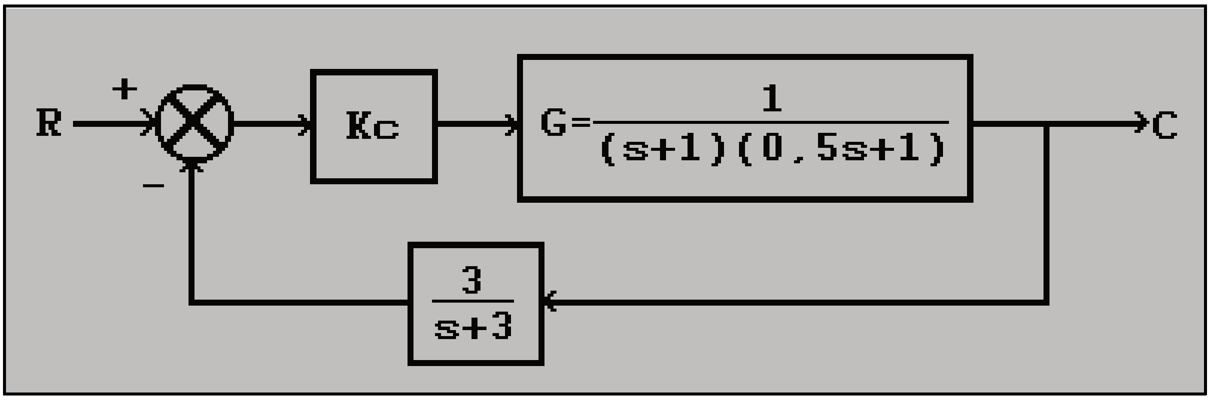


Problema 07/04

Problema 14.1 Coughanowr, pg. 158

Obtener la ecuación característica y construir la matriz de Routh para el sistema de control mostrado en el figura.

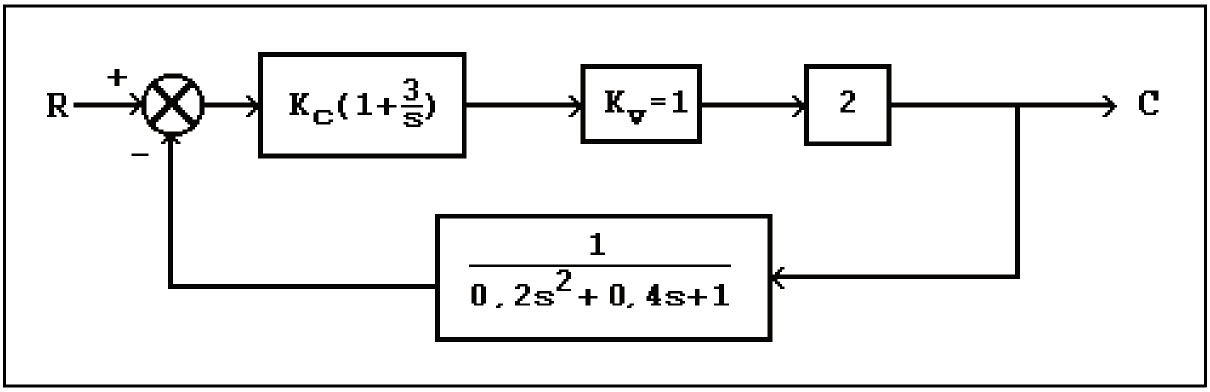
¿Es estable el sistema para los valores de K_c de 9,5, 11 y 12?



Problema 07/05

Problema 14.2 Coughanowr, pg. 159

Mediante el criterio de Routh, determinar la estabilidad del sistema mostrado en la figura, cuando K_c = 2.



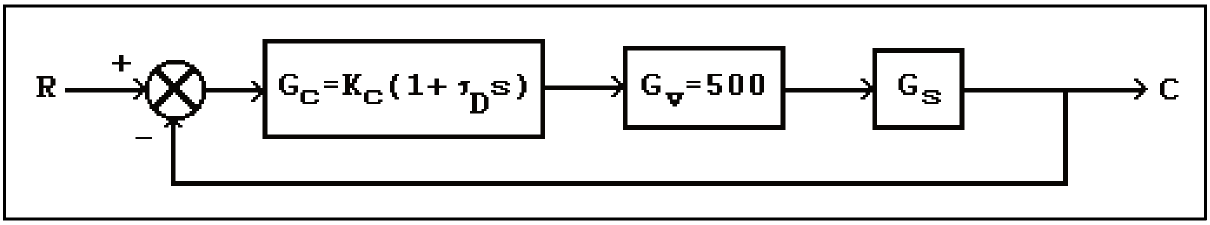
Problema 07/06

Problema 14.3 Coughanowr, pg. 159

En el sistema de control de la figura, en el cual:

$$G_s = \frac{0{,}004}{(s+1)\,(1{,}25\,s+1)\,(1{,}5\,s+1)}$$

determinar el valor de la ganancia del controlador que provoca que el sistema se haga inestable si:



a) τ_D = 0,25 min

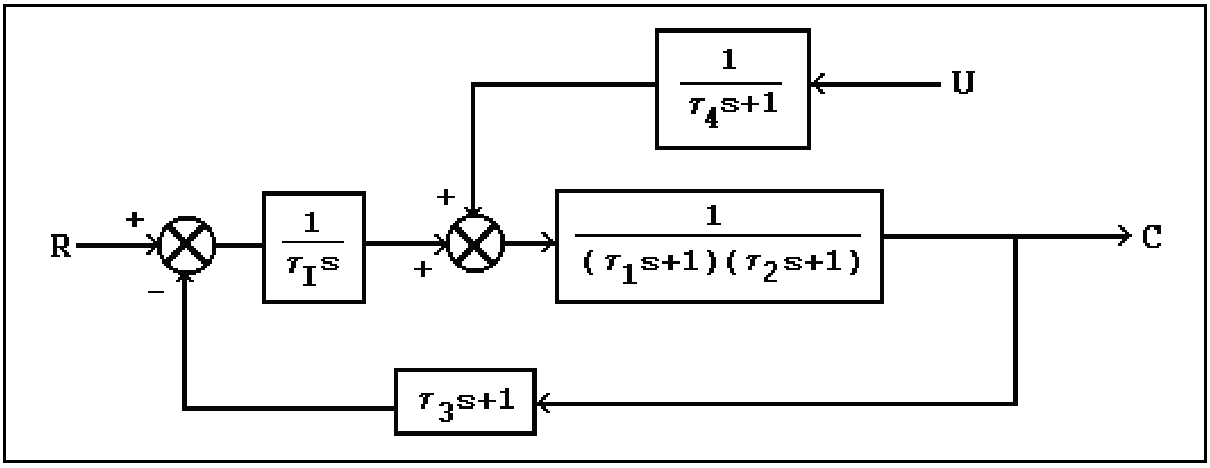
b) τ_D = 0,5 min

Problema 07/07

Problema 14.8 Coughanowr, pg. 160

Dado el diagrama de control de la figura, deducir mediante el criterio de Routh los valores de τ_I para los cuáles la salida C es estable para cualquier entrada

R y U.



Problema 07/08

Problema 1 (Ejercicio 2) Harriot (Clement), pg. 85 (193)

El nivel de un tanque de sección A se controla variando el flujo de alimentación, F_1. El fluido se bombea del tanque mediante una bomba que da un caudal fijo, F_2, independiente del nivel del tanque.

a) Demuéstrese que el nivel oscilará contínuamente si se usa un controlador integral.

b) ¿Será estable el sistema si se utiliza un controlador PI?

Problema 07/09

Ejercicio 1 Clement, pg. 196

Determínese si es estable el sistema cuya función de transferencia es:

$$G(s) = \frac{2s + 1}{s^3 + 4s^2 + 8s + 12}$$

Problema 07/10

Ejercicio 2 Clement, pg. 196

La función de transferencia de un sistema es:

$$G(s) = \frac{3\ s^2 - 1}{s^4 + 6\ s^3 + 11\ s^2 + 6\ s + K}$$

¿Para qué valores de K será estable el sistema?

Problema 07/11

Ejercicio 3 Clement, pg. 197

Un sistema ha sido proyectado para dar una operación satisfactoria con un amplificador de ganancia K = 2. Determínese en cuánto puede variar esta ganancia antes que el sistema se haga inestable, si la ecuación característica del sistema en lazo cerrado es:

$$s^3 + (4 + K)\ s^2 + 6\ s + 16 + 8\ K = 0$$

Problema 07/12

Problema 2 (Ejercicio 4) Harriot (Clement) pg. 85 (198)

Los principales elementos de un proceso controlado se dan a continuación. Las constantes de tiempo están dadas en minutos. Calcúlese la ganancia del controlador proporcional si vale la mitad de su valor máximo.

$$\textit{Válvula}: \qquad G_v = \frac{4}{0{,}1\ s + 1}$$

$$\textit{Proceso}: \qquad G_p = \frac{1{,}5}{(2s + 1)\ (10\ s + 1)}$$

La función de transferencia para cambios en la variable de entrada es:

$$G_L = \frac{3}{10\ s + 1}$$

Problema 07/13

Problema 10.6 Luyben, pg. 347

Obtener la ganancia máxima de un controlador proporcional que actúa sobre un proceso que tiene la función de transferencia:

$$G(s) = \frac{4}{(10\ s + 1)\ (s^2 + 0{,}4\ s + 1)}$$

Problema 07/14

Problema 11.2 Luyben, pg. 385

Obtener la ganancia máxima de un sistema de intercambio de calor en lazo cerrado que tiene un controlador proporcional y una función de transferencia en lazo abierto dada por:

$$G_m = \frac{(0{,}047)(112)(2)(0{,}12)}{(0{,}083s + 1)(0{,}017s + 1)(0{,}432s + 1)(0{,}024s + 1)}$$

Problema 07/15

Problema 11.4 Luyben, pg. 385

Obtener la ganancia límite de un sistema en lazo cerrado con control proporcional y una función de transferencia en lazo abierto:

$$G_m = \frac{1}{(s + 1)(5s + 1)(0{,}5s + 1)}$$

Problema 07/16

Problema 11.5 Luyben, pg. 385

Obtener el valor de la ganancia de un controlador proporcional que produce un coeficiente de amortiguamiento en lazo cerrado de 1,118 y siendo la función de transferencia en lazo abierto del proceso:

$$G_m = \frac{s + 4}{s\ (s + 2)}$$

Problema 07/17

Problema 11.6 Luyben, pg. 385

El nivel de líquido h de un tanque se mantiene mediante un controlador PI que varía el caudal de salida F del tanque. El caudal de entrada F_o y el punto de consigna de nivel, H, son perturbaciones. El tanque vertical cilíndrico tiene una superficie libre de 10 m . La función de transferencia del controlador más la válvula de control es:

$$\frac{F}{h} = K_c\ (1 + \frac{1}{I^s}) \qquad \frac{m^2}{\min}$$

a) Obtener las ecuaciones que describen el sistema en lazo abierto.

b) Obtener las ecuaciones que describen el sistema en lazo cerrado.

c) Obtener las funciones de transferencia del sistema en lazo abierto:

$$G_m = \frac{h}{F} \quad y \quad G_l = \frac{h}{F_o}$$

d) Obtener las funciones de transferencia del sistema en lazo cerrado:

$$\frac{h}{H} \quad y \quad \frac{h}{F_o}$$

e) Para un valor del tiempo integral de τ_I = 10 min, ¿qué valor de la ganancia, K_c, produce un sistema en lazo cerrado con un coeficiente de amortiguamiento de 0,707? ¿Cuál es la constante de tiempo en lazo cerrado a esta ganancia?

f) ¿Qué ganancia da un amortiguamiento crítico? ¿Cuál es la constante de tiempo con esta ganancia?

CAPÍTULO 08

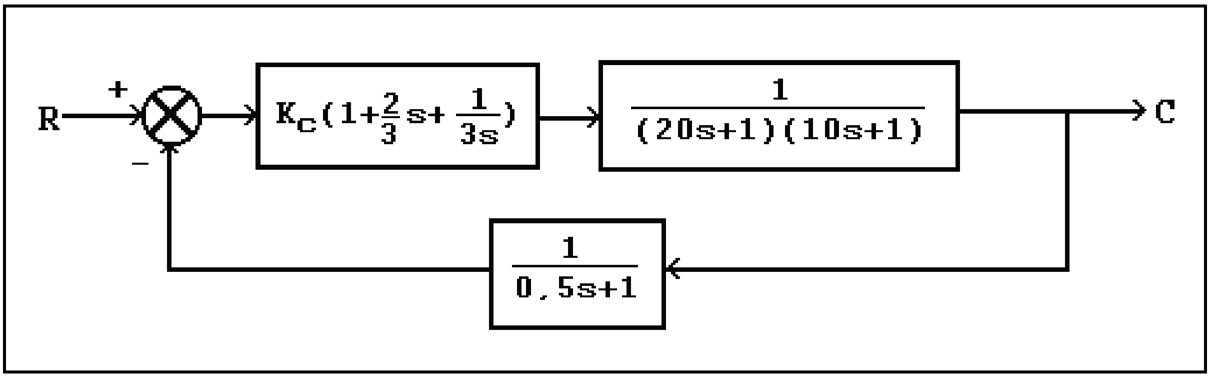
Construir el diagrama del lugar de las raíces para la función de transferencia en lazo abierto:

$$G = \frac{K}{(s+1)(s+2)(s+3)}$$

Problema 08/02

Ejemplo 15.2 Coughanowr, pg. 176

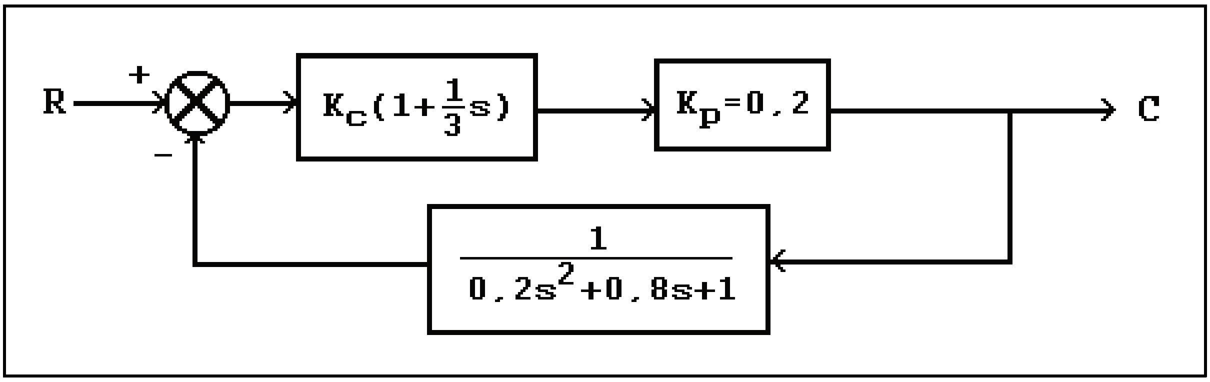
Obtener un diagrama del lugar de las raíces para el sistema de control mostrado en la figura, y que representa un sistema de nivel de líquido de dos tanques con un controlador PID y un retraso en la respuesta de primer orden.



Problema 08/03

Ejemplo 15.3 Coughanowr, pg. 178

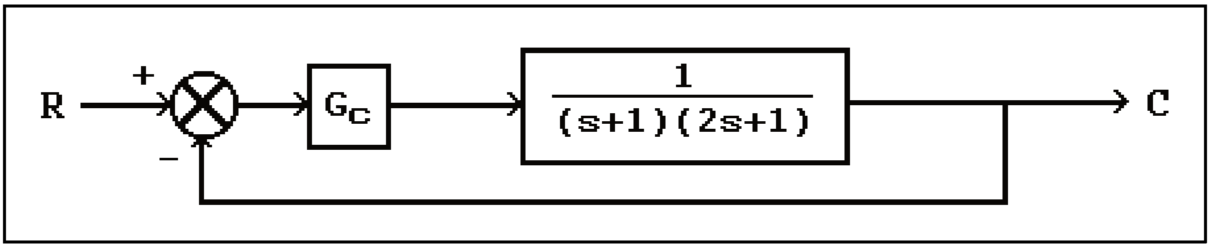
Obtener el diagrama del lugar de las raíces para el sistema de control mostrado en la figura, que consta de un proceso con un retardo despreciable, un elemento medidor de segundo orden subamortiguado, y un controlador PD.



Problema 08/04

Problema 15.1 Coughanowr, pg 180

Construir el diagrama del lugar de las raíces para el sistema mostrado en la figura, donde:

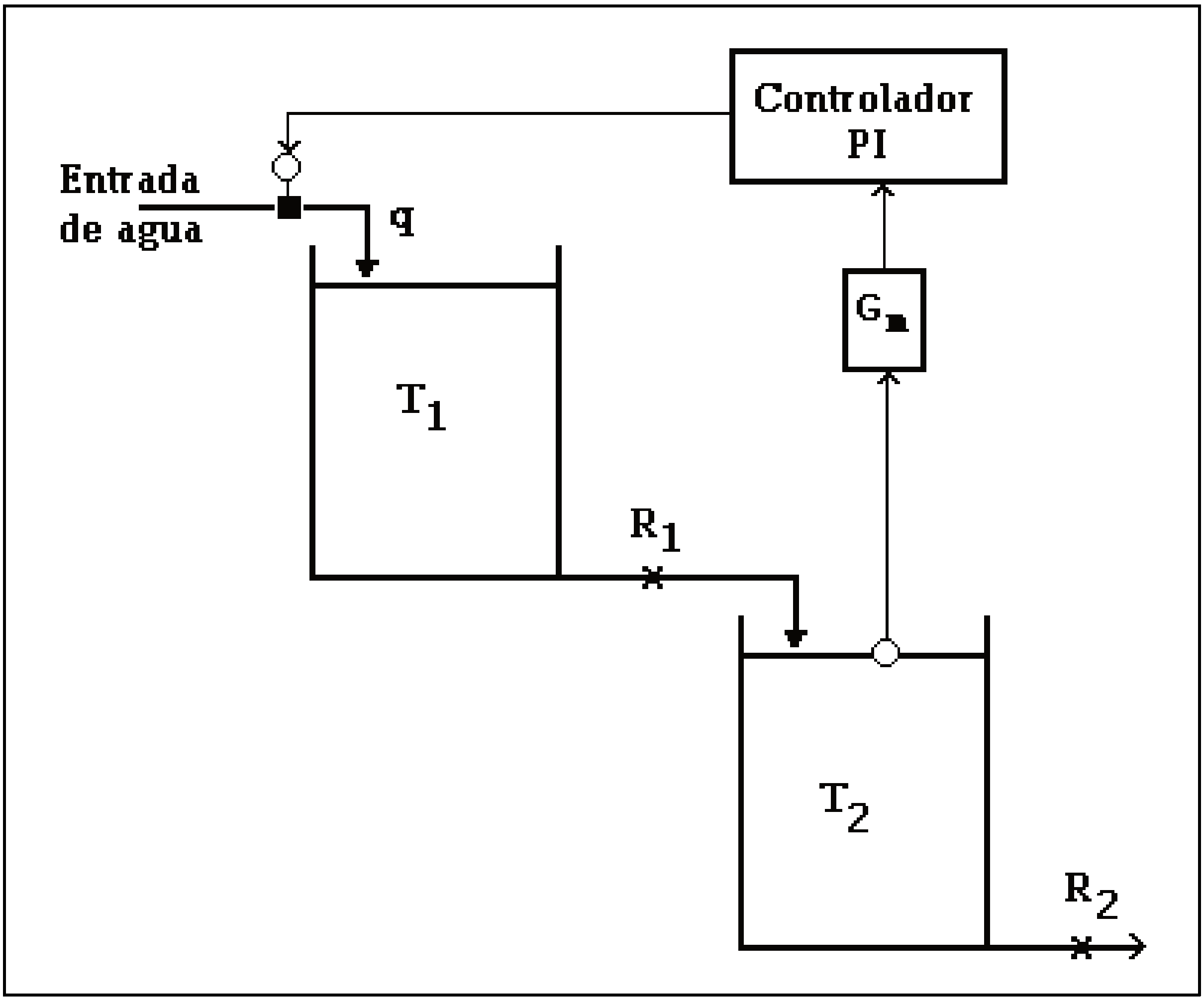


$$G_c = K_c \left(1 + 0{,}5\ s + \frac{1}{s} \right)$$

Problema 08/05

Problema 15.2 Coughanowr, pg. 180

Construir el diagrama del lugar de las raíces para el sistema mostrado en la figura en los dos casos siguientes:



a) τ_I = 0,4 min

b) τ_I = 0,2 min

Determinar la ganancia del controlador que hace inestable el sistema en cada caso.

Los valores de los parámetros del sistema son:

K_v : constante de la válvula, 0,070 (m^3/min)/psi

K_m : constante del transductor, 6,74 inch desviación pluma/m nivel del tanque

R_2 : 0,55 m nivel/(m^3/min)

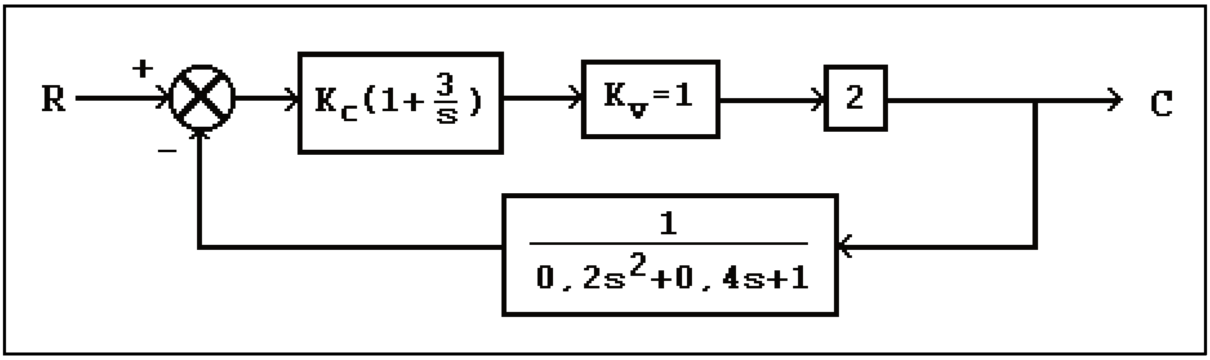
τ_1 : constante de tiempo del tanque 1: 2,0 min

τ_2 : constante de tiempo del tanque 2: 0,5 min de agua

Problema 08/06

Problema 15.3 Coughanowr, pg. 180

Construir el diagrama del lugar de las raíces para el sistema mostrado en la figura. Si el sistema es inestable para valores de K_c, encontrar las raíces sobre el eje imaginario y los valores correspondientes de K_c.



Problema 08/07

Problema 15.4 Coughanowr, pg. 180

Construir el lugar de las raíces de las siguientes ecuaciones:

$$a) \qquad 1 + \frac{K_c}{(s+1)(2s+1)}$$

$$b) \qquad 1 + \frac{K_c}{s(s+1)(2s+1)}$$

$$c) \qquad 1 + \frac{K_c(4s+1)}{s(s+1)(2s+1)}$$

$$d) \qquad 1 + \frac{K_c(1{,}5s+1)}{s(s+1)(2s+1)}$$

$$e) \qquad 1 + \frac{K_c\,(0{,}5\,s + 1)}{s\,(s + 1)(2\,s + 1)}$$

Situar cuantitativamente todos los polos, ceros y asíntotas. Además, indicar el parámetro que varía a lo largo del lugar y la dirección en la que se mueven los lugares cuando este parámetro se incrementa.

Problema 08/08

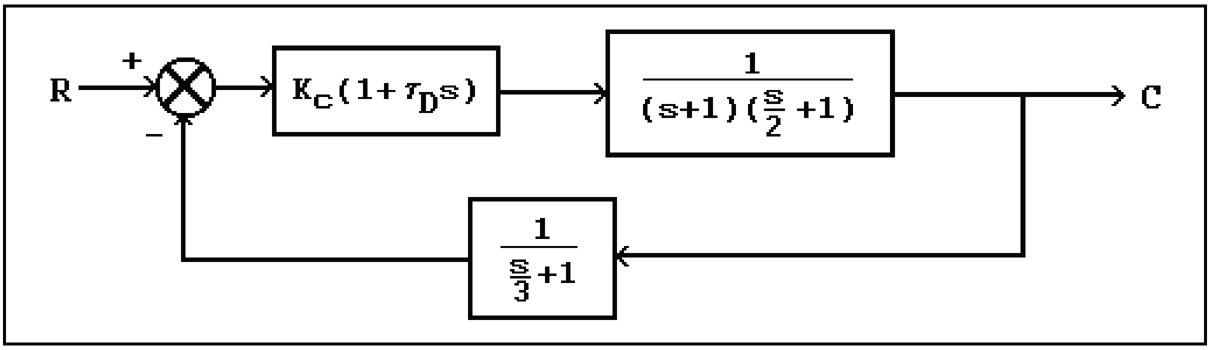
Problema 15.5 Coughanowr, pg. 181

Para el sistema de control mostrado en la figura se desea estudiar dos casos: $\tau_D = 2/3$ y $\tau_D = 1/9$.

a) Construir el diagrama del lugar de las raíces en cada caso.

b) Si el sistema puede hacerse inestable, encontrar el valor de K_c que causa la estabilidad.

c) Encontrar los puntos, si los hay, para los cuáles los lugares de las raíces cruzan hacia la zona inestable.



CAPÍTULO 09

Problema 09/01

Ejercicio 1 Clement, pg. 215

Obténgase el diagrama de Nyquist para la función de transferencia en lazo abierto:

$$G(s)\ H(s) = \frac{1}{(s + 1)^2\ (s + 2)}$$

y hállese gráficamente la estabilidad relativa en lazo cerrado.

Problema 09/02

Ejercicio 2 Clement, pg. 218

Mediante la representación del diagrama de Nyquist, obténgase la estabilidad en lazo cerrado del sistema representado por la función de transferencia en lazo abierto:

$$G(s)\ H(s) = \frac{2\ e^{-s}}{s\ (s + 1)}$$

Problema 09/03

Ejemplo 12.1 Luyben, pg. 393

Un sistema de tres tanques en serie tiene la función de transferencia en lazo abierto:

$$G(s) = \frac{0{,}125}{(s + 1)^3}$$

y se le añade un controlador proporcional. Aplicando el criteriode estabilidad de Nyquist, obtener la ganancia máxima del controlador que permita que el sistema sea estable en lazo cerrado.

Problema 09/04

Ejemplos 12.2/12.3 Luyben, pg. 398/400

Un proceso tiene una función de transferencia de segundo orden:

$$G(s) = \frac{1}{(s + 1)(5s + 1)}$$

¿Se hará inestable el sistema en lazo cerrado si se controla con un controlador integral? Razonar la respuesta aplicando el criterio de estabilidad de Nyquist.

Problema 09/05

Ejemplo 21.2 Coughanowr, pg. 271

Un sistema de nivel de dos tanques ha de ser controlado con un controlador PID. Las constantes de tiempo de los tanques son 20 y 10 min, mientras que la del elemento de medida, de primer orden, es de 30 s. El tiempo integral es de 3 min y el diferencial, 40 s. Basándose en el criterio de Nyquist, obtener la ganancia del controlador para que el sistema sea estable en lazo cerrado.

Problema 09/06

Ejercicio 6.4 Creus, pg. 133

Un sistema de control de caudal consta de un controlador proporcional caudal de $G_1 = 1/(1+s)$, de una válvula de control de $G_2 = 1/(1+2s)$ y de un tanque de proceso de $G_3 = 1/(1+3s)$. Indicar para qué valor de la ganancia el sistema está en el límite de estabilidad absoluta, aplicando el criterio de Bode.

Problema 09/07

Ejercicio 1 (Ejemplo 5.1) Clement (Harriot) pg. 204 (97)

Un sistema de control de presiones tiene dos elementos de primer orden en serie sin interacción y una válvula de control que se comporta como un sistema de primer orden. La constante de tiempo para la válvula es 2 s y un 1 % de cambio en la posición del vástago cambia el flujo en un 1,5 %, basado en el valor medio del flujo. El primer tanque tiene una constante de tiempo de 10 s y un 1 % de incremento en el flujo controlado aumenta la presión en 1,2 psi. El segundo tanque tiene una constante de tiempo de 5 s y la presión aumenta 0,8 psi cuando la presión del primer tanque aumenta 1 psi.

Un transmisor de presión con retraso apreciable, con rango de entrada de 60 psi envía una señal entre 3 y 15 psi al controlador proporcional. Se supone que un 1 % en la presión de salida del controlador da lugar a un 1 % de variación en vástago de la válvula.

Basándose en el criterio de estabilidad de Bode, obtener la ganancia máxima del controlador.

Problema 09/08

Ejercicio 2 (Problema 3) Clement (Harriot), pg. 207 (109)

Un sistema de control de temperatura tiene constantes de tiempo de 20 y 50 min. La válvula de control y el bulbo del termómetro tienen ambos constantes de tiempo de 10 s. Un cambio de 1 psi en la salida del controlador cambia el flujo controlado en 25 m^3/min del valor normal de 200 m^3/min. La temperatura del proceso es de 175 °C para 200 m^3/min y 174 °C para 210 m^3/min. Se utilizan un termómetro de 80 °C de intervalo y un controlador normalizado, que da una salida variable entre 3 y 15 psi, es decir, de un rango de 12 psi.

Calcular la ganancia máxima global del sistema y la ganancia máxima del controlador, aplicando el criterio de estabilidad de Bode.

Problema 09/09

Ejercicio 3 (Ejemplo 5.2) Clement (Harriot), pg 210 (102)

Un proceso tiene tres elementos de primer orden de retraso en serie con constantes de tiempo de 10, 5 y 2 min. Indíquese qué modificación será más conveniente, desde el punto de vista de lacontrolabilidad con un elemento proporcional:

a) Disminuir la primera constante de tiempo de 10 a 5 min.

b) Disminuir la segunda constante de tiempo de 5 a 2,5 min.

Problema 09/10

Problema 19.7 Coughanowr, pg. 251

La función de transferencia de un proceso y un elemento de medida conectado en serie viene dada por:

$$G(s)\ H(s) = \frac{e^{-0,4\ s}}{(2\ s + 1)^2}$$

a) Representar el diagrama de Bode (amplitud y frecuencia) en lazo abierto para un sistema de control que incluya este proceso y este retardo en la medida.

b) Especificar la ganancia del controlador proporcional que debe ser usado en este sistema de control.

Problema 09/11

Problema 1 Harriot, pg. 108

Representar un diagrama de Bode para un sistema de control con constantes de tiempo de 10, 10 y 2 min. Determinar la ganancia máxima del sistema y la frecuencia crítica.

Problema 09/12

Problema 6 Harriot, pg. 109

Los elementos principales de un lazo de control de concentración son un controlador proporcional, una válvula de control con una constante de tiempo de 20 s, un evaporador "flash" con una constante de tiempo de 60 s y un tiempo muerto de 30 s en la línea de muestreo.

a) ¿Cuál es la frecuencia crítica del sistema?

b) ¿Cuál es la ganancia máxima del controlador si la escala completa del instrumento corresponde a 1,5 % en peso en la concentración?

DATOS:

Presión de la válvula (psi)	Caudal de calefacción (kg/min)	Concentración en peso (%)
13	100	8,3
10 (*)	150 (*)	7,0 (*)
6,5	200	6,0
3	230	5,4
(*) Valores normales		

Problema 09/13

Problema 9 Harriot, pg. 110

Un lazo de control tiene cuatro elementos de primer orden con constantes de tiempo de 10, 2, 1 y 0,1 min.

a) ¿Cuál es la frecuencia crítica y la ganancia global máxima?

b) Si la ganancia del controlador se fija a la mitad de su valor máximo, calcular el margen de fase.

c) Demostrar que para alguna combinación de cuatro constantes de tiempo, el margen de fase puede ser menor de 15° si la ganancia del controlador es la mitad de su valor máximo.

Problema 09/14

Ejemplo 5.3 Harriot, pg. 104

Un sistema de control tiene sendas constantes de tiempo de 2 y 0,2 min y un tiempo muerto de 0,5 min. ¿Controlaría mejor elsistema con un elemento proporcional si se redujera a la mitad el tiempo muerto?

Problema 09/15

Problema 12.1 Luyben, pg. 426

Considérese la función de transferencia en lazo abierto:

$$G(s)\ H(s) = \frac{K_c}{(s + 1)\ (5\ s + 1)\ (0{,}5\ s + 1)}$$

a) Obtener el valor de la ganancia que da un margen de fase de 45°. ¿Cuál es el margen de ganancia?

b) Obtener el valor de la ganancia que da un margen de ganancia de 2. ¿Cuál es el margen de fase?

c) Obtener la ganancia límite y la frecuencia límite.

Problema 09/16

Problema 12.3 Luyben, pg. 246

Considérese la función de transferencia en lazo abierto:

$$G(s)\ H(s) = \frac{K_c\ (-3\ s + 1)}{(s + 1)\ (5\ s + 1)}$$

a) Obtener el valor de la ganancia que da un margen de fase de 45°. ¿Cuál es el margen de ganancia?

b) Obtener el valor de la ganancia que da un margen de ganancia de 2. ¿Cuál es el margen de fase?

c) Obtener la ganancia límite y la frecuencia límite.

Problema 09/17

Problema 12.4 Luyben, pg. 246

Considérese la función de transferencia en lazo abierto:

$$G(s)\ H(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{2\ s}\right) \frac{-3\ s + 1}{(s + 1)(5\ s + 1)}$$

a) Obtener el valor de la ganancia que da un margen de fase de 45°. ¿Cuál es el margen de ganancia?

b) Obtener el valor de la ganancia que da un margen de ganancia de 2. ¿Cuál es el margen de fase?

c) Obtener la ganancia límite y la frecuencia límite.

Problema 09/18

Problema 12.9 Luyben, pg. 427

Para el proceso representado por la función de transferencia en lazo abierto:

$$G(s)\ H(s) = \frac{1{,}263}{(0{,}083\ s + 1)(0{,}017\ s + 1)(0{,}432\ s + 1)(0{,}024\ s + 1)}$$

a) Diseñar un controlador proporcional que dé un margen de fase de 45°. Obtener el margen de ganancia correspondiente.

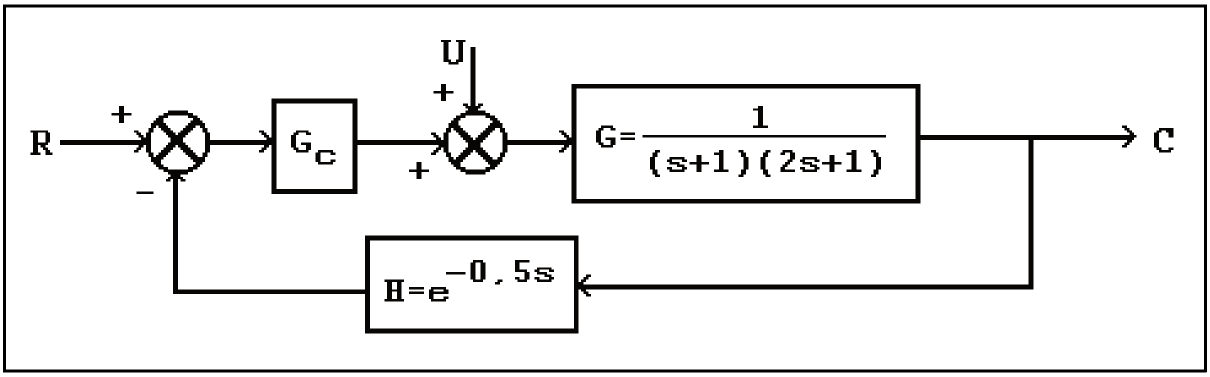
b) Diseñar un controlador proporcional que dé un margen de ganancia de 2. Obtener el margen de fase correspondiente.

CAPÍTULO 10

Problema 10/01

Ejemplo 19.3 Coughanowr, pg. 242

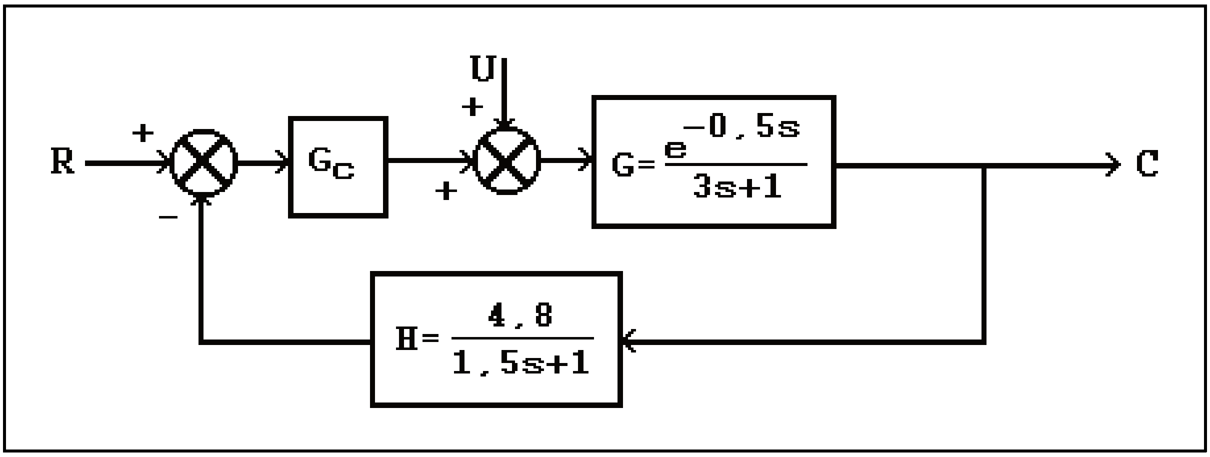
Utilizando las reglas de Ziegler-Nichols, determinar los parámetros de los tres modos de control del sistema representado en la Figura. Las constantes de tiempo vienen dadas en minutos.



Problema 10/02

Problema 19.6 Coughanowr, pg. 251

Utilizando el criterio de estabilidad de Bode y las reglas de Ziegler-Nichols, obtener los parámetros de los tres modos de control del sistema mostrado en la Figura, en el que las constantes de tiempo se dan en minutos.



Problema 10/03

Ejemplo 6.1 Harriot, pg. 115

Un proceso tiene tres constantes de tiempo de 10, 5 y 2 min. ¿Cuál sería la ganancia máxima de un controlador PI, si a la acción integral se le da el valor correspondiente al ajuste de Ziegler-Nichols?

Problema 10/04

Ejemplo 6.2 Harriot, pg. 117

Un proceso tiene cuatro constantes de tiempo de 5, 2, 2 y 1 min. Obtener el tiempo diferencial que puede admitir un controlador PD instalado en el sistema si la ganancia de éste se ajusta según la especificación de Ziegler-Nichols para controladores PID. Comparar el resultado obtenido con la citada especificación para el tiempo diferencial.

Problema 10/05

Ejemplo 6.3 Harriot, pg. 120

Los elementos principales de un proceso son un retardo de primer orden, con una constante de tiempo de 2 min y un tiempo muerto de 5 min. Calcular la frecuencia crítica y la ganancia máxima si se usa un controlador proporcional. ¿Cuál es la máxima acción diferencial que admite el proceso?

Problema 10/06

Problema 1 Harriot, pg. 234

Calcular la ganancia máxima de un controlador para un proceso con las siguientes características:

Elemento	Número	Ganancia	Constante de tiempo (min)
Primer orden	1	2	10
Primer orden	6	1	1

Válvula	1	1,5	0,03

Si se añade acción diferencial, ¿cuál es el tiempo diferencial máximo que se podría usar?

Problema 10/07

Problema 2 Harriot, pg. 134

Calcular la ganancia máxima del controlador para el siguiente sistema:

Válvula: $\tau = 10$ s; $K_v = 3$

Proceso de segundo orden: $\gamma = 0{,}2$; $\omega_o = 0{,}05\ s^{-1}$; $K_p = 2$

Tiempo muerto: L = 3 s

Si se le añade al controlador acción integral, con un tiempo integral igual al especificado por la regla de Ziegler-Nichols, ¿cuál sería la ganancia máxima del controlador?