

TEMA VI: OPERACIONES DE SEPARACIÓN ESCOGIDAS, II

VI.1 Criterios de selección de las operaciones

Aplicación complementaria de las ecuaciones de conservación.

Complejidad en el planteamiento de las ecuaciones:

- Balances microscópicos (ecuaciones diferenciales).
- Control de más de un mecanismo de transporte.
- Más de dos componentes involucrados.
- Operación en estado no estacionario.

Ejemplos de aplicación de balances de las propiedades de transporte en las operaciones:

- Absorción
- Extracción
- Interacción aire-agua
- Filtración

VI.2 Absorción

Operación que consiste en poner un gas en contacto con un líquido para que disuelva determinados componentes del gas y los separe.

Se ponen ambas fases en contacto continuo y flujo en contracorriente en una columna de relleno, donde se favorece la transferencia de materia entre ambas fases.

El **soluto** se transfiere de la fase gaseosa a la fase líquida, ya que su concentración excede a la de equilibrio a lo largo de toda la columna (potencial impulsor).

Parámetros principales de la columna:

- **Diámetro:** Depende de las condiciones fluidodinámicas de ambas corrientes.
- **Grado de separación:** Depende de la relación entre ambas corrientes.
- **Altura:** Determina el volumen de la columna y, por tanto, su coste.

VI.2.1 Datos de equilibrio y ecuaciones cinéticas

Se dispone de datos de equilibrio de presión parcial (fase gaseosa) frente a concentración (fase líquida); se facilitan los cálculos utilizando fracciones molares:

$$y = \frac{P}{\pi} \quad (\text{fase gaseosa})$$
$$x = \frac{C}{\rho_M} \quad (\text{fase líquida})$$

[VI.1]

El diagrama de equilibrio **x-y** generalmente es una curva, pero para disoluciones diluidas suele cumplirse la ley de Henry:

$$y = H x$$

[VI.2]

La velocidad de transporte se expresa en función de los coeficientes individuales de transferencia de materia:

$$(N)_g \left[\frac{\text{kmol}}{\text{m}^2 \text{ s}} \right] = k_y (y - y_i)$$
$$(N)_l \left[\frac{\text{kmol}}{\text{m}^2 \text{ s}} \right] = k_x (x_i - x)$$

[VI.3]

Como el soluto se transfiere entre las fases en estado estacionario, se consideran tres resistencias al transporte dispuestas en serie; generalmente la que opone la interfase es despreciable, por lo que:

$$N = k_y (y - y_i) = k_x (x_i - x)$$

[VI.4]

o, lo que es lo mismo:

$$\frac{y - y_i}{x - x_i} = - \frac{k_x}{k_y}$$

[VI.5]

Recta en el diagrama **x-y** (**recta de reparto**) que une el punto que representa el soluto con el que representa la interfase, situado sobre la curva de equilibrio (**Figura VI.1**).

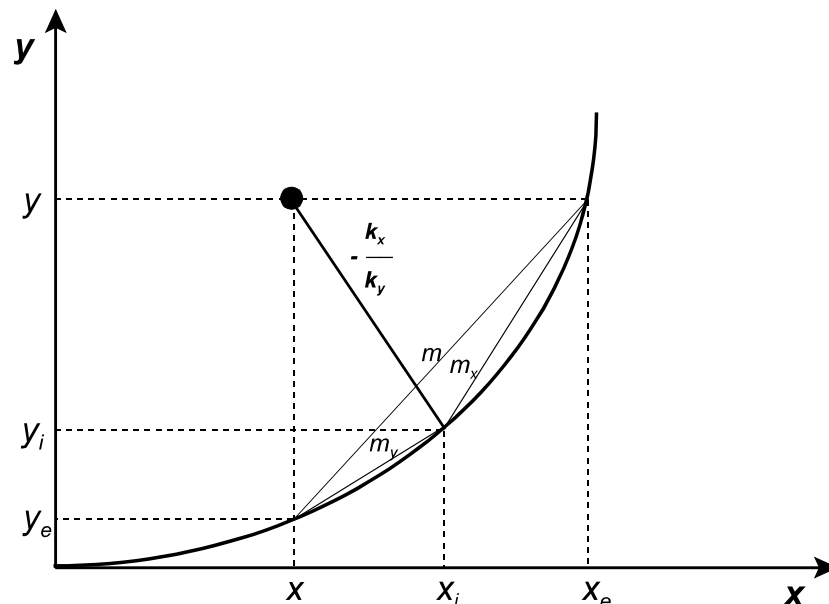


Figura VI.1: Diagrama de equilibrio gas-líquido: Concentraciones de interfase y equilibrio.

Características de la recta de reparto:

- Si es predominante la **resistencia de la fase líquida** (el soluto es poco soluble en el líquido):

$$k_x \ll k_y \quad [VI.6]$$

$$y \approx y_i$$

y la recta de reparto tenderá a ser **horizontal**.

- Si es predominante la **resistencia de la fase gaseosa** (el soluto es muy soluble en el líquido):

$$k_y \ll k_x \quad [VI.7]$$

$$x \approx x_i$$

y la recta de reparto tenderá a ser **vertical**.

Como no se pueden determinar las composiciones de la interfase se usan **coeficientes globales de transferencia de materia**, referidos al equilibrio:

$$N = K_y (y - y_e) = K_x (x_e - x) \quad [\text{VI.8}]$$

A partir de las ecuaciones [VI.4] y [VI.8] pueden relacionarse los coeficientes individuales y globales.

Definiendo las pendientes de las cuerdas:

$$\begin{aligned} m_y &= \frac{y_i - y_e}{x_i - x} \\ m_y &= \frac{y - y_i}{x_e - x_i} \\ m &= \frac{y - y_e}{x_e - x} \end{aligned} \quad [\text{VI.9}]$$

se pueden obtener las relaciones:

$$\begin{aligned} \frac{1}{K_y} &= \frac{1}{k_y} + m_y \frac{1}{k_x} \\ \frac{1}{K_x} &= \frac{1}{k_x} + \frac{1}{m_x} \frac{1}{k_y} \\ \frac{1}{K_y} &= \frac{m}{K_x} \end{aligned} \quad [\text{VI.10}]$$

Si se cumple la ley de Henry, la curva de equilibrio será una recta, todas las cuerdas serán iguales y:

$$\frac{1}{K_y} = \frac{H}{K_x} = \frac{1}{k_y} + H \frac{1}{k_x} \quad [\text{VI.11}]$$

VI.2.2 Balances de materia macroscópicos: Condiciones operativas

Definición de **razones molares**:

$$X = \frac{\text{kmol de soluto en el líquido}}{\text{kmol de líquido (inerte)}} \quad [VI.12]$$

$$Y = \frac{\text{kmol de soluto en el gas}}{\text{kmol de gas (inerte)}}$$

Relación con otras composiciones:

$$Y = \frac{y}{1 - y} = \frac{P}{\pi - P} \quad (\text{fase gaseosa})$$

$$X = \frac{x}{1 - x} = \frac{C}{\rho_M - C} \quad (\text{fase líquida}) \quad [VI.13]$$

Se utilizan caudales molares de líquido (L') y gas (G'), **exentos de soluto**: se mantienen constantes a lo largo de la columna.

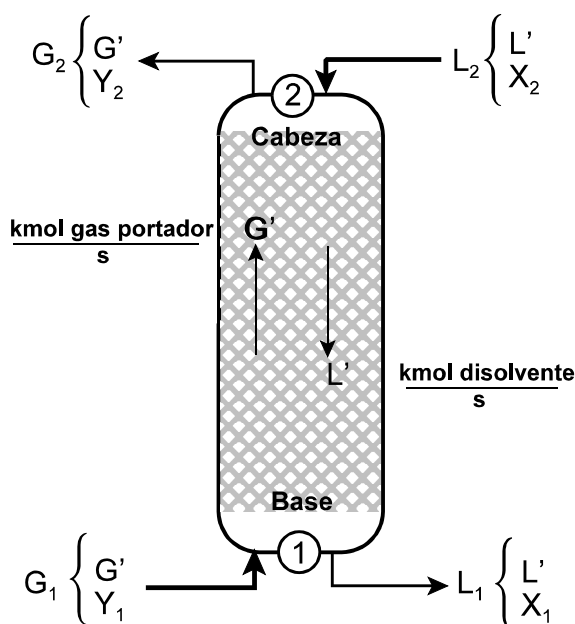


Figura VI.2: Corrientes en una columna de absorción.

Balance macroscópico alrededor de la columna (**Figura VI.2**):

$$G' Y_1 + L' X_2 = L' X_1 + G' Y_2 \quad [\text{VI.14}]$$

de donde:

$$\frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1} = \frac{L'}{G'} \quad [\text{VI.15}]$$

Recta en el diagrama **x-y** (**recta operativa**) que une los puntos que representan los dos extremos de la columna.

La pendiente de la recta operativa (**L'/G'**) viene determinada por el caudal de líquido y permite analizar las condiciones de operación de la columna (**Figura VI.3**).

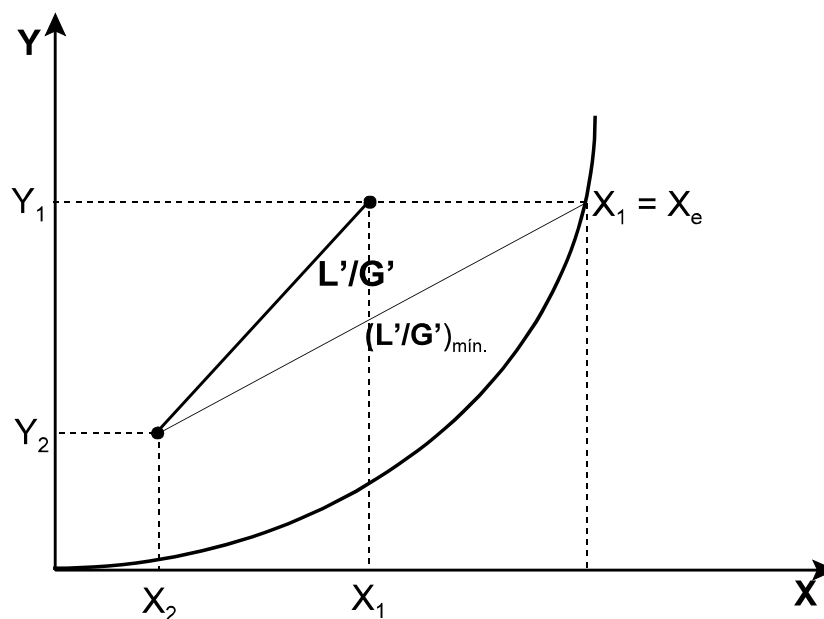


Figura VI.3: Condiciones operativas límites de una columna de absorción.

Si se disminuye L' , la composición de la fase líquida de salida (X_1) aumenta hasta su valor de equilibrio; en este caso no hay potencial impulsor y se tendría una columna de altura infinita.

Si se aumenta L' , se obtendrían potenciales impulsores grandes, columnas de pequeña altura, pero disoluciones líquidas muy diluidas.

El óptimo económico se suele lograr cuando:

$$\left(\frac{L'}{G'} \right)_{\text{ópt.}} \approx 1,4 \left(\frac{L'}{G'} \right)_{\text{mín.}} \quad [\text{VI.16}]$$

VI.2.3 Balances de materia microscópicos: Altura de la columna

Balance microscópico en un elemento diferencial de columna (Figura VI.4.):

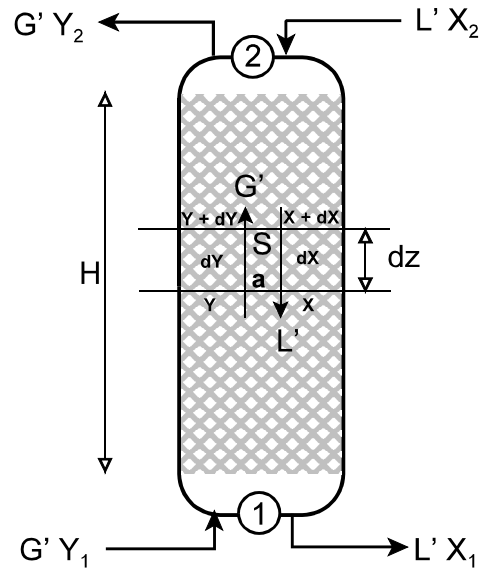


Figura VI.4: Esquema de los elementos diferenciales de una columna de absorción.

La superficie de transporte puede ponerse como:

$$dA = a dV = a S dz \quad \text{[VI.17]}$$

Si se trabaja con disoluciones diluidas:

$$Y \approx \frac{P}{\pi} = y$$
$$X \approx \frac{C}{\rho_M} = x \quad \text{[VI.18]}$$

y además:

$$G = G'$$
$$L = L' \quad \text{[VI.19]}$$

El soluto que se transfiere puede expresarse como:

$$dW \left[\frac{\text{kmol}}{\text{s}} \right] = G' dY = L' dX \quad \text{[VI.20]}$$

y también mediante la ecuación cinética:

$$dW \left[\frac{\text{kmol}}{\text{s}} \right] = - N \left[\frac{\text{kmol}}{\text{m}^2 \text{ s}} \right] dA \left[\text{m}^2 \right] = N a S dz \quad \text{[VI.21]}$$

De ambas ecuaciones:

$$dz = - \frac{G'}{N a S} dY = - \frac{L'}{N a S} dX \quad \text{[VI.22]}$$

La integración del primer miembro da la altura de la columna; según los coeficientes y los datos de las fases que se utilicen, se obtiene un conjunto de **ecuaciones equivalentes**:

- Fase gaseosa:

- Coeficiente individual:

$$h = \frac{\frac{G'}{S}}{k_y a} \int_{Y_2}^{Y_1} \frac{dY}{(Y - Y_i)} \quad [\text{VI.23}]$$

- Coeficiente global:

$$h = \frac{\frac{G'}{S}}{(K_y a)_{\text{medio}}} \int_{Y_2}^{Y_1} \frac{dY}{(Y - Y_e)} \quad [\text{VI.24}]$$

- Fase líquida:

- Coeficiente individual:

$$h = \frac{\frac{L'}{S}}{k_x a} \int_{X_2}^{X_1} \frac{dX}{(X_i - X)} \quad [\text{VI.25}]$$

- Coeficiente global:

$$h = \frac{\frac{L'}{S}}{(K_x a)_{\text{medio}}} \int_{X_2}^{X_1} \frac{dX}{(X_e - X)} \quad [\text{VI.26}]$$

Estas ecuaciones merecen las siguientes observaciones:

- Los coeficientes individuales se suelen considerar constantes; los coeficiente globales sólo lo son si la línea de equilibrio es recta o si controla una de las fases por lo que se suelen utilizar valores medios constantes
- Frecuentemente se utilizan los **coeficientes volumétricos**, producto de los respectivos coeficientes por la superficie específica del relleno.
- Las integrales no tienen solución analítica, ya que a cada valor de **X,Y** le corresponde uno interfacial o uno de equilibrio.
- Los términos externos a la integral son constantes y tienen unidades de longitud (**altura de la unidad de transferencia**); las integrales son adimensionales y varían según el grado de separación deseado (**número de unidades de transferencia**); así pues:

$$h = H_j \cdot N_j \quad \text{[VI.27]}$$

Si se cumple la ley de Henry, el potencial impulsor puede sustituirse por la media logarítmica entre los extremos de la columna, quedando las ecuaciones simplificadas:

$$N_g = \int_{Y_2}^{Y_1} \frac{dY}{(Y - Y_i)} = \frac{1}{(Y - Y_i)_{ml}} \int_{Y_2}^{Y_1} dY = \frac{Y_2 - Y_1}{(Y - Y_i)_{ml}} \quad [\text{VI.28}]$$

$$N_G = \int_{Y_2}^{Y_1} \frac{dY}{(Y - Y_e)} = \frac{1}{(Y - Y_e)_{ml}} \int_{Y_2}^{Y_1} dY = \frac{Y_2 - Y_1}{(Y - Y_e)_{ml}} \quad [\text{VI.29}]$$

$$N_I = \int_{X_2}^{X_1} \frac{dX}{(X_i - X)} = \frac{1}{(X_i - X)_{ml}} \int_{X_2}^{X_1} dX = \frac{X_2 - X_1}{(X_i - X)_{ml}} \quad [\text{VI.30}]$$

$$N_L = \int_{X_2}^{X_1} \frac{dX}{(X_e - X)} = \frac{1}{(X_e - X)_{ml}} \int_{X_2}^{X_1} dX = \frac{X_2 - X_1}{(X_e - X)_{ml}} \quad [\text{VI.31}]$$

VI.3 Extracción

Operación de separación en la que se añade a una mezcla líquida (**soluto** + cosoluto) un **disolvente** líquido ajeno, para separar el soluto.

Se mezclan las dos fases para conseguir la transferencia de soluto y luego se separan en:

- **Extracto:** Predomina el disolvente.
- **Refinado:** Predomina el cosoluto.

Finalmente hay que recuperar el disolvente.

Usos alternativos a la destilación:

- Cuando la destilación requiere cantidades de calor excesivas, porque la volatilidad relativa es muy próxima a la unidad o porque las presiones de vapor son muy bajas.
- Cuando la temperatura requerida por la destilación puede descomponer componentes de la mezcla.

La elección del disolvente es importante, pero el criterio principal es el equilibrio de distribución del soluto entre las fases; el cálculo de las unidades de extracción se abordará sobre la base del concepto de **etapa de equilibrio**.

Método de contacto entre fases:

- **Contacto simple:** Contacto del alimento y el disolvente en una sola etapa y se separan fases extracto y refinado; uso en el laboratorio.
- **Contacto repetido:** Se divide el disolvente en varias corrientes y se trata la alimentación sucesivamente con cada una de ellas; uso en pequeñas instalaciones.
- **Contacto múltiple en contracorriente:** Se introducen las corrientes del disolvente y de alimentación por sendos extremos de una columna de platos, lo que produce varias etapas de equilibrio; importante interés industrial.
- **Contacto múltiple en contracorriente con reflujo:** En un sistema de contacto en contracorriente se introduce de nuevo una corriente procedente del producto de salida (reflujo), aplicable al extracto, al refinado o a ambos; importante interés industrial.

Aquí solo se estudiarán los casos simples, ya que los contactos en contracorriente se estudian en otras operaciones de transferencia de materia.

VI.3.1 Diagramas de equilibrio

Se estudian 3 componentes en 2 fases parcialmente miscibles entre sí; los datos de equilibrio han de representarse como diagramas ternarios (P y T constantes): se utilizan triángulos rectángulos isósceles que permiten fácilmente cambios de escala, aunque el tercer componentes se determine mediante:

$$z_A + z_B + z_C = 1 \quad [\text{VI.32}]$$

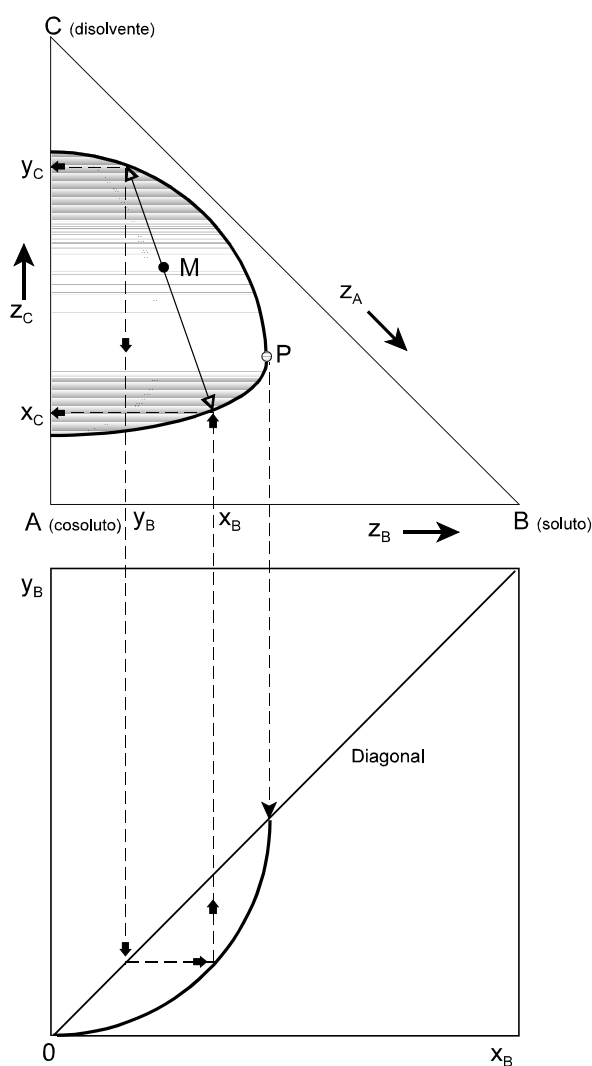


Figura VI.5: Diagramas de equilibrio de extracción.

En el diagrama en triángulo rectángulo (**Figura VI.5**), se representa en los vértices los componentes puros, en los lados las correspondientes mezclas binarias y en el interior las mezclas ternarias que pueden existir como una sola fase líquida o como 2 fases, encerradas por una “**isoterma de saturación**”.

Un punto encerrado por la isoterma de saturación se desdobra en 2 “**fases conjugadas**”:

- Composiciones sobre la curva.
- Conectadas por una **recta de reparto**.
- Características de la recta de reparto expresadas por el **diagrama de distribución, x-y**, experimental.

Sistema ternario más usual: Tipo I ó 3/1 (3 componentes / 1 pareja parcialmente miscible); el soluto es totalmente miscible con los otros dos componentes.

VI.3.2 Extracción por contacto simple

Generalmente el objetivo es (conocidos caudal y composición de alimentación; composición del disolvente):

- Calcular el caudal de disolvente para llevar a cabo una separación determinada.
- Calcular los caudales y composiciones de las fases resultantes, conocido el caudal del disolvente.

El esquema de este proceso se muestra en la **Figura VI.6**.

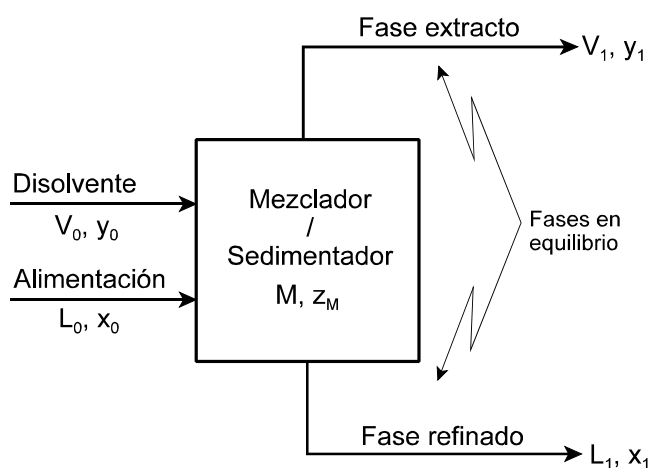


Figura VI.6: Esquema de la extracción por contacto simple.

Balance macroscópico de materia total:

$$L_0 + V_0 = M = L_1 + V_1 \quad [\text{VI.33}]$$

Balance macroscópico de cualquier componente:

$$L_0 x_0 + V_0 y_0 = M z_M = L_1 x_1 + V_1 y_1 \quad [\text{VI.34}]$$

de donde:

$$z_M = \frac{L_0 x_0 + V_0 y_0}{L_0 + V_0} = \frac{L_1 x_1 + V_1 y_1}{L_1 + V_1} \quad [\text{VI.35}]$$

La resolución de estas ecuaciones se aborda de forma gráfica, ya que así se dispone de los datos de equilibrio.

Si se desdobra [\[VI.35\]](#):

$$\begin{aligned} \frac{L_0}{V_0} &= \frac{y_0 - z_M}{z_M - x_0} \\ \frac{L_1}{V_1} &= \frac{y_1 - z_M}{z_M - x_1} \end{aligned} \quad [\text{VI.36}]$$

Representan dos rectas, una que pasa el punto V_0 , M , L_0 y otra que pasa por el punto V_1 , M , L_1 . Ambos pasan por M (“**punto suma**”) y poseen pendientes diferentes (L_0/V_0 y L_1/V_1) (**Figura [VI.7](#)**).

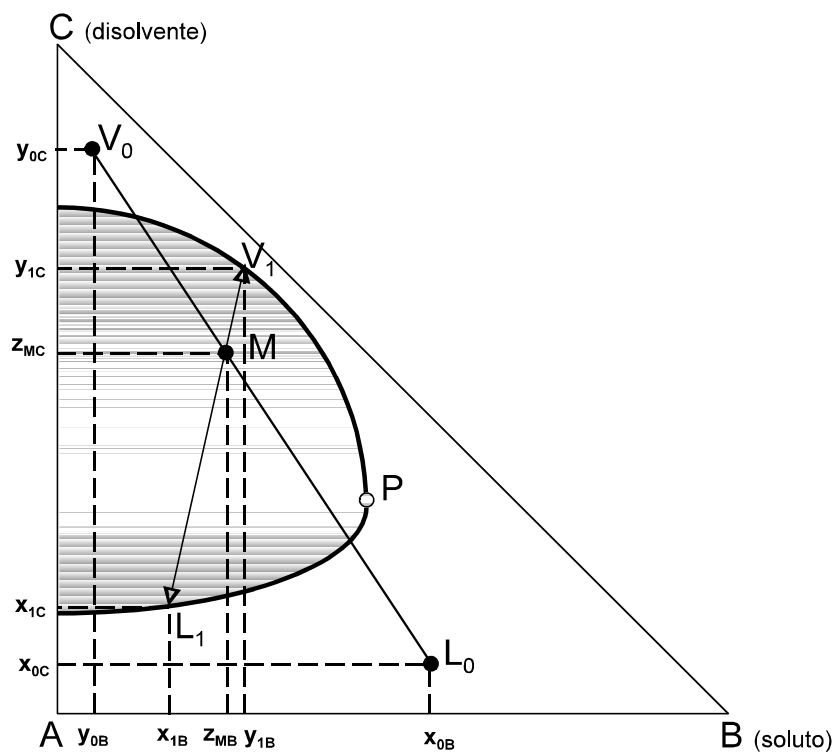


Figura VI.7: Diagrama de la extracción por contacto simple.

Cualquiera de las rectas anteriores puede escribirse como:

$$L_0 (z_M - x_0) = V_0 (y_0 - z_M) \quad [\text{VI.37}]$$

y aplicando la proporcionalidad de segmentos expresada por el teorema de Tales:

$$L_0 \cdot \overline{L_0 M} = V_0 \cdot \overline{V_0 M} \quad [\text{VI.38}]$$

ecuación que se conoce como “**regla de la palanca**”, que permite realizar cálculos gráficos a partir de datos conocidos representados sobre la gráfica:

$$V_0 = L_0 \cdot \frac{\overline{L_0 M}}{\overline{V_0 M}} \quad [\text{VI.39}]$$

Si se desea calcular el disolvente necesario para llevar a cabo una separación determinada:

- Mediante el balance de materia total se obtiene **M**; mediante los balances de componentes, su composición, lo que permite situar **L₁**, **V₁** y **M** sobre el diagrama de equilibrio.
- La corriente de disolvente estará en una recta que pasa por **L₀** y **M**; el caudal se obtendrá mediante el balance de materia total, y su composición mediante los balances de componentes.

Si se desea calcular los caudales y composiciones resultantes de la puesta en contacto de una corriente de alimentación con otra de disolvente:

- Mediante el balance de materia total se obtiene **M**; mediante los balances de componentes, su composición, que puede así situarse sobre el diagrama de equilibrio.
- Con ayuda del diagrama de distribución de equilibrio se tantea una recta de reparto que pase por **M**; una vez hallada, podrán leerse las composiciones de **L₁** y **V₁**.
- Los caudales **L₁** y **V₁** se obtienen mediante sendos balances de componentes.

VI.3.3 Extracción por contacto repetido

Generalmente el objetivo es (conocidos caudal y composición de alimentación; el disolvente se supondrá puro):

- Calcular la composición del refinado, para un número de etapas determinado.
- Calcular el número de etapas para conseguir una composición de refinado determinada.

El esquema de este proceso se muestra en la **Figura VI.8**.

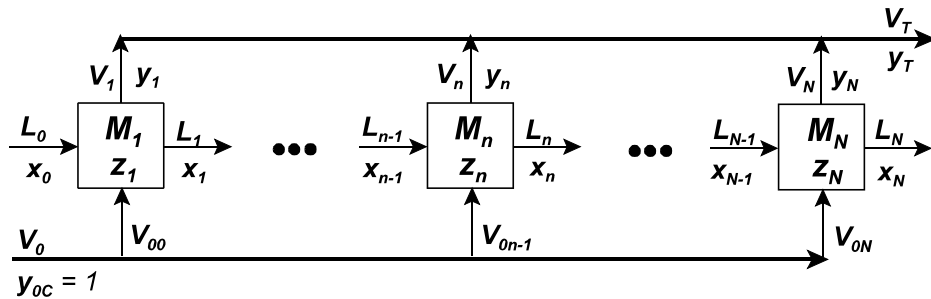


Figura VI.8: Esquema de la extracción por contacto repetido.

Balance macroscópico de materia total en una etapa:

$$L_{n-1} + V_{0n-1} = M_n = L_n + V_n \quad [\text{VI.40}]$$

Balance macroscópico de cualquier componente:

$$L_{n-1} x_{n-1} + V_{0n-1} y_0 = M_n z_n = L_n x_n + V_n y_n \quad [\text{VI.41}]$$

de donde:

$$z_n = \frac{L_{n-1} x_{n-1} + V_{0n-1} y_0}{L_{n-1} + V_{n-1}} = \frac{L_n x_n + V_n y_n}{L_n + V_n} \quad [\text{VI.42}]$$

Esta ecuación permite afirmar:

- Las coordenadas del punto $\mathbf{M}_n$ se calculan aplicando la ecuación [VI.42] al disolvente y al soluto.
- El punto $\mathbf{M}_n$ es un punto suma de los puntos $\mathbf{L}_{n-1}$ y $\mathbf{V}_{0n-1}$, con los que está alineado.
- El punto $\mathbf{M}_n$ es un punto suma de los puntos $\mathbf{L}_n$ y $\mathbf{V}_n$, con los que también está alineado.
- El punto $\mathbf{M}_n$ está, por tanto, en la intersección de los segmentos $|\mathbf{L}_{n-1}\mathbf{V}_{0n-1}|$ y $|\mathbf{L}_n\mathbf{V}_n|$.
- Las fases $\mathbf{L}_n$ y $\mathbf{V}_n$ están en equilibrio (sus puntos representativos están situados sobre la curva binodal, mientras que $\mathbf{L}_{n-1}$ ($n \neq 1$) es una fase saturada.

Aplicando estas consideraciones a todas las etapas puede obtenerse un diagrama como el de la **Figura VI.9**.

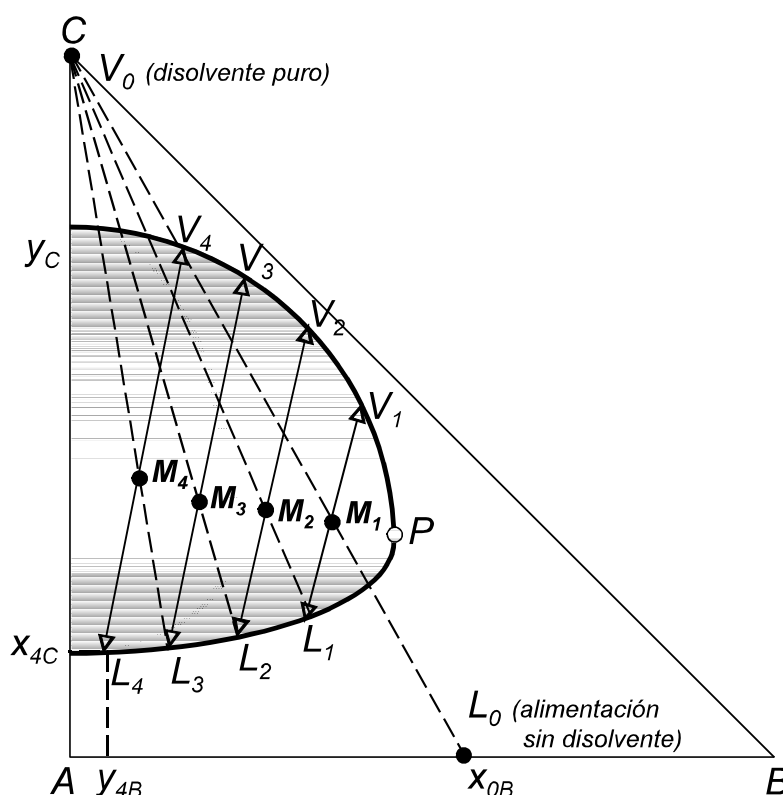


Figura VI.9: Diagrama de la extracción por contacto repetido.

La construcción gráfica se ha hecho de la siguiente forma:

- Situar los puntos correspondientes a la alimentación (L_0) y al disolvente (V_0).
- Calcular las coordenadas del punto M_1 , situado sobre el segmento $[V_0L_0]$, según la ecuación [VI.42] y ubicarlo sobre el diagrama.
- Con ayuda del diagrama de distribución de equilibrio, tantear una recta de reparto que pase por el punto M_1 , lo que permitirá conocer las composiciones de L_1 y V_1 .
- Mediante los balances de componentes, calcular los caudales L_1 y V_1 .
- Partiendo ahora de L_1 , reiterar los cálculos anteriores para cada una de las etapas siguientes.

Si se desea obtener la composición del refinado, se leerá del corte de la última recta de reparto con la curva de refinado.

Si se desea conocer el número de etapas, se procede hasta que la composición del refinado obtenido sea igual o inferior a la de diseño.

El caudal total de extracto se obtendrá de:

$$V_T = \sum_{j=1}^N V_j \quad [\text{VI.43}]$$

y su composición (para cada uno de los componentes):

$$y_T = \frac{\sum_{j=1}^N V_j y_j}{\sum_{j=1}^N V_j} \quad [\text{VI.44}]$$

VI.4 Interacción aire-agua

Operaciones en las que el agua cambia de fase (con el consiguiente efecto térmico de su calor latente) en el seno de una corriente de aire.

Pueden controlar la transferencia de materia y la transmisión de calor, ya que ambas velocidades son semejantes:

- **Humidificación de aire:** Se vaporiza agua y pasa al aire, aumentando su humedad; se logra poniendo en contacto una corriente de agua con otra de aire relativamente seco; acondicionamiento de ámbitos domésticos, laborales o industriales.
- **Deshumidificación de aire:** Se condensa agua contenida en el aire, disminuyendo su humedad; proceso inverso a la humidificación, se logra poniendo en contacto una corriente de aire húmedo con otra de agua suficientemente fría; aplicaciones idénticas a las de la humidificación.
- **Enfriamiento de agua:** Se vaporiza agua y pasa al aire, enfriándose el resto del agua líquida adiabáticamente; proceso idéntico a la humidificación (siendo ahora el producto de interés el agua), se logra poniendo en contacto una corriente de agua con otra de aire relativamente seco, de modo que la fracción de agua que se vaporiza consuma el calor latente suficiente como para enfriar la masa de agua; enfriamiento de grandes volúmenes de agua caliente producidos en diferentes procesos.

VI.4.1 Conceptos de psicrometría

Psicrometría (“medida del frío”): Estudio de las propiedades de las mezclas aire-vapor de agua.

Se definen unas magnitudes características basadas en la unidad de masa de aire seco, en las que se considera el aire como un compuesto puro (28,8 g/mol) y aire y vapor de agua como gases ideales.

- **Temperatura de saturación:**

Es la temperatura, t_d (punto de rocío, “*dew point*”), a la cual una mezcla dada de aire y vapor de agua está saturada, es decir, la temperatura a la cual el vapor de agua de la mezcla ejerce una presión parcial, p , igual a la presión de vapor (presión de saturación), p_s del agua:

$$[p = p_s]_{t = t_d} \quad \text{[VI.45]}$$

- **Humedad absoluta:**

Es la masa de vapor de agua que contiene la unidad de masa de aire seco:

$$x = \frac{M_{vagua} N_{vagua}}{M_{aire} N_{aire}} = \frac{M_{vagua}}{M_{aire}} \frac{p}{\pi - p} = \frac{18}{28,8} \frac{p}{\pi - p} \quad \text{[VI.46]}$$

Es decir:

$$x \left[\frac{\text{kg vapor de agua}}{\text{kg aire seco}} \right] = 0,622 \frac{p}{\pi - p} \quad \text{[VI.47]}$$

- **Humedad relativa:**

Es la relación entre la presión parcial del vapor de agua en el aire, p , y su presión de saturación, p_s , a una temperatura dada:

$$\phi = \frac{p}{p_s} \quad [\text{VI.48}]$$

es decir, la relación entre la cantidad de vapor de agua que contiene una masa de aire y la que contendría si estuviese saturada a la misma temperatura.

- **Entalpía específica:**

Entalpía de la unidad de masa de aire seco y el vapor de agua que la acompaña:

$$i = i_{\text{aire}} + i_{\text{vagua}} \times [\text{VI.49}]$$

Tomando como condiciones de referencia **0°C** y **1 atm**:

$$i = (C_p)_{\text{aire}} (t - 0) + [\lambda_{\text{vagua}} + (C_p)_{\text{vagua}} (t - 0)] \times [\text{VI.50}]$$

como en las condiciones de referencia:

$$(C_p)_{\text{aire}} = 1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg aire seco } ^\circ\text{C}}$$

$$(C_p)_{\text{vagua}} = 1,92 \frac{\text{kJ}}{\text{kg vapor de agua } ^\circ\text{C}} \quad [\text{VI.51}]$$

$$\lambda_{\text{vagua}} = 2.487 \frac{\text{kJ}}{\text{kg vapor de agua}}$$

se tendrá, en definitiva:

$$i \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg aire seco}} \right] = t + (2.487 + 1,92 t) \times [\text{VI.52}]$$

- **Calor específico:**

Calor necesario para aumentar en 1°C la temperatura de la unidad de masa de aire seco y el vapor de agua que la acompaña:

$$s = (C_p)_{\text{aire}} + (C_p)_{\text{vagua}} x \quad [\text{VI.53}]$$

Como en las condiciones de referencia (0°C y 1 atm):

$$(C_p)_{\text{aire}} = 1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg aire seco } ^\circ\text{C}} \quad [\text{VI.54}]$$

$$(C_p)_{\text{vagua}} = 1,92 \frac{\text{kJ}}{\text{kg vapor de agua } ^\circ\text{C}}$$

se tendrá, en definitiva:

$$s \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg aire seco } ^\circ\text{C}} \right] = t + 1,92 x \quad [\text{VI.55}]$$

- **Volumen específico:**

Volumen total que ocupa la unidad de masa de aire seco y el valor de agua que la acompaña (considerando comportamiento de gas ideal):

$$v = N \frac{R T}{\pi} \quad [\text{VI.56}]$$

Como **N** es el número de moles por unidad de masa de aire seco:

$$N \left[\frac{\text{kmol aire húmedo}}{\text{kg aire seco}} \right] = N_{\text{aire}} + N_{\text{vagua}} x = \frac{1}{28,8} + \frac{x}{18} \quad [\text{VI.57}]$$

Por lo tanto:

$$v \left[\frac{\text{m}^3 \text{aire húmedo}}{\text{kg aire seco}} \right] = \left(\frac{1}{28,8} + \frac{x}{18} \right) \frac{R T}{\pi} \quad [\text{VI.58}]$$

Para calcular estas magnitudes se conocen π , y t .

La presión de saturación, p_s , puede obtenerse mediante alguna relación con la temperatura, por ejemplo (Antoine):

$$\log p_s [\text{mm Hg}] = A - \frac{B}{C + T [^{\circ}\text{C}]} \quad [\text{VI.59}]$$

siendo sus parámetros para las unidades indicadas:

$$A = 8,03723$$

$$B = 1.709,248 \quad [\text{VI.60}]$$

$$C = 231,5$$

VI.4.2 Control exclusivo de la transmisión de calor: Temperatura de saturación adiabática

Evaporación de una corriente de agua en una cámara adiabática por la que circula aire.

Como hay exceso de agua, el aire se enfría y humidifica; cuando se alcanza el estado estacionario, el agua tendrá una temperatura t_s , la misma que tendrá el aire a la salida, que se conoce como **temperatura de saturación adiabática**.

Al haber exceso de agua, si transferencia desde la fase líquida a la gaseosa no influye de forma apreciable, por lo que controla la transmisión de calor.

Balance macroscópico de energía (a t_s):

Entalpía a la entrada:

$$i_E \left[\frac{kJ}{kg \text{ aire seco}} \right] = s (t - t_s) + \lambda_s x \quad [VI.61]$$

Entalpía a la salida:

$$i_s \left[\frac{kJ}{kg \text{ aire seco}} \right] = s (t_s - t_s) + \lambda_s x_s = \lambda_s x_s \quad [VI.62]$$

La corriente de agua no interviene en el balance de energía, porque su temperatura es constante; el caudal de aire seco también es constante; así pues, las entalpías a la entrada y a la salida han de ser iguales:

$$s (t - t_s) + \lambda_s x = \lambda_s x_s \quad [\text{VI.63}]$$

lo que da lugar a la ecuación de la llamada **recta de enfriamiento adiabático**:

$$x_s - x = - \frac{s}{\lambda_s} (t_s - t) \quad [\text{VI.64}]$$

VI.4.3 Control de la transmisión de calor y la transferencia de materia: Temperatura húmeda

Evaporación de una pequeña masa de agua en una cámara adiabática por la que circula aire.

Como hay poca agua, el aire no resulta afectado y las variaciones se manifiestan en el agua.

Por un lado, el agua tenderá a evaporarse utilizando su calor latente, por lo que se enfriará; por otro lado, si el agua está más fría que el aire, se producirá una transmisión de calor del aire al agua.

Se alcanzará en estado estacionario un equilibrio, para una temperatura del agua, t_w , en el que el calor necesario para evaporar el agua:

$$Q_{\text{agua} \rightarrow \text{aire}} \left[\frac{\text{kJ}}{\text{s}} \right] = W\lambda_w + WC_p (t - t_w) \quad [\text{VI.65}]$$

se equilibra con el calor sensible que se transmite del aire al agua por convección y radiación:

$$Q_{\text{aire} \rightarrow \text{agua}} \left[\frac{\text{kJ}}{\text{s}} \right] = (h_C + h_R) A (t - t_w) \quad [\text{VI.66}]$$

A la temperatura de estado estacionario, t_w , se la denomina **temperatura húmeda**.

Como se evapora agua como consecuencia del intercambio de energía, la velocidad de transferencia del agua será:

$$W \left[\frac{\text{kg agua}}{\text{s}} \right] = M_{\text{agua}} \cdot N_{\text{agua}} \quad [\text{VI.67}]$$

en la que, utilizando la ecuación de velocidad:

$$N \left[\frac{\text{kmol agua}}{\text{s}} \right] = k_G A (p_w - p) \quad [\text{VI.68}]$$

Como el área de evaporación de agua es muy pequeña, es necesario hacer balances microscópicos y utilizar ecuaciones de velocidad; además influyen la transferencia de materia y la transmisión de calor.

Considerando las cuatro ecuaciones anteriores podrá ponerse el balance de energía de la forma:

$$M_{\text{agua}} k_G A (p_w - p) [\lambda_w + C_p (t - t_w)] = (h_C + h_R) A (t - t_w) \quad [\text{VI.69}]$$

Esta ecuación puede simplificarse considerando:

- Puede comprobarse que las temperaturas seca y húmeda no son muy diferentes cuando se alcanza el estado estacionario, por lo que el término de calor sensible puede despreciarse respecto al calor latente.
- Puede comprobarse que si la velocidad de la corriente de aire es superior a aproximadamente 5 m/s, la transmisión de calor por radiación tiene poca incidencia en el fenómeno, por lo que el coeficiente de transmisión de calor por radiación puede despreciarse respecto al de convección.

Se obtiene así:

$$p_w - p = \frac{h_c}{M_{agua} k_G \lambda_w} (t - t_w) \quad [VI.70]$$

o bien la denominada “**ecuación psicrométrica**”:

$$p_w - p = J (t - t_w) \quad [VI.71]$$

Esta ecuación puede expresarse en función de la humedad (presión de vapor despreciable frente a la presión total):

$$x = \frac{M_{vagua}}{M_{aire}} \frac{p}{\pi - p} \approx \frac{M_{vagua}}{M_{aire}} \frac{p}{\pi} \quad [VI.72]$$

de donde:

$$p = \frac{M_{aire}}{M_{vagua}} \pi x \quad [VI.73]$$

$$p_w = \frac{M_{aire}}{M_{vagua}} \pi x_w$$

lo que da lugar a la ecuación de la llamada **recta psicrométrica**:

$$x_w - x = - \frac{h_c}{M_{aire} k_G \pi \lambda_w} (t_w - t) \quad [VI.74]$$

VI.4.4 Diagrama psicrométrico

Los diagramas que relacionan las magnitudes psicrométricas para el sistema aire-agua se llaman “**diagramas psicrométricos**”; son gráficos humedad absoluta - temperatura, a presión constante, en los que se muestran diferentes familias de líneas (**Figura VI.10**).

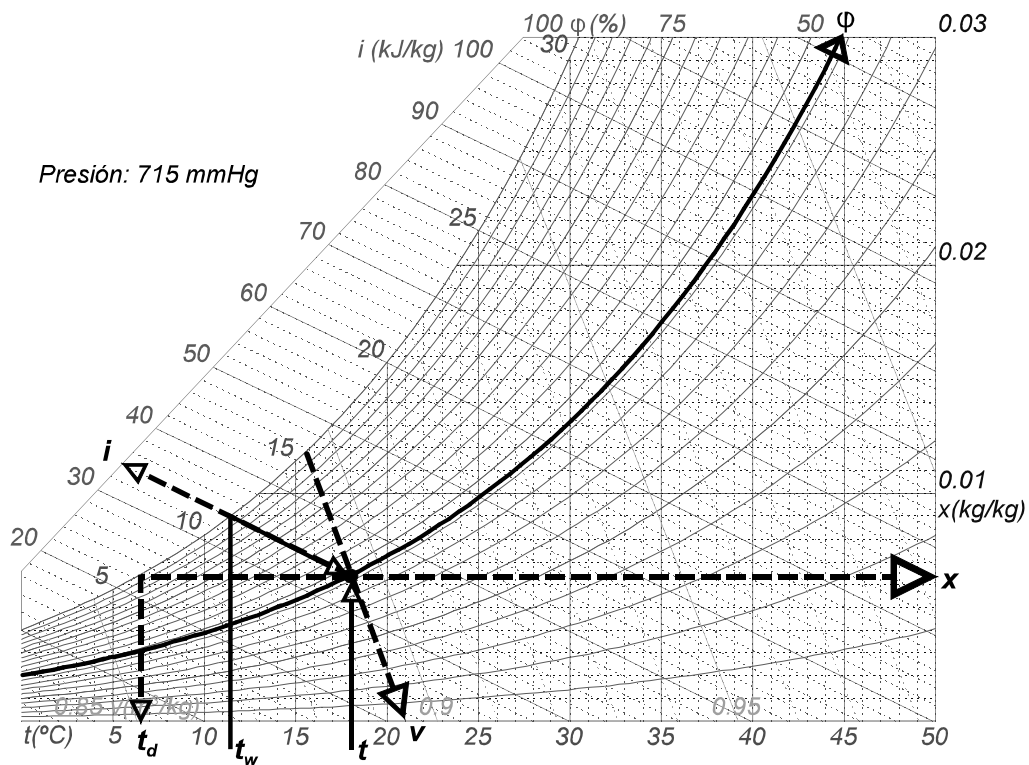


Figura VI.10: Diagrama psicrométrico.

Puede comprobarse, comparando las ecuaciones [VI.64] y [VI.74]:

$$x_s - x = - \frac{s}{\lambda_s} (t_s - t) \quad [VI.75]$$

$$x_w - x = - \frac{h_c}{M_{aire} k_G \pi \lambda_w} (t_w - t)$$

que sucediese (lo que realmente ocurre) que:

$$s = \frac{h_c}{M_{aire} k_G \pi} \quad [VI.76]$$

la temperatura de saturación adiabática coincide con la temperatura húmeda para el sistema aire-agua.

En el diagrama psicrométrico pueden observarse las siguientes familias de curvas:

- Curvas de humedad relativa constante.
- Rectas de entalpía constante (“adiabáticas”), que según la relación de Lewis coinciden con las rectas de temperatura húmeda constante (“psicrométricas”).
- Rectas de volumen específico constante.

VI.4.5 Diseño de equipo: Cálculo de la altura de la torre

El equipo de humidificación o enfriamiento de agua consiste en una torre cuya sección viene condicionada por el caudal de aire a tratar y el relleno; se necesita conocer la altura para unas condiciones de entrada y salida del aire o del agua determinadas.

Las ecuaciones de diseño se obtienen mediante balances microscópicos en la torre (**Figura VI.11**).

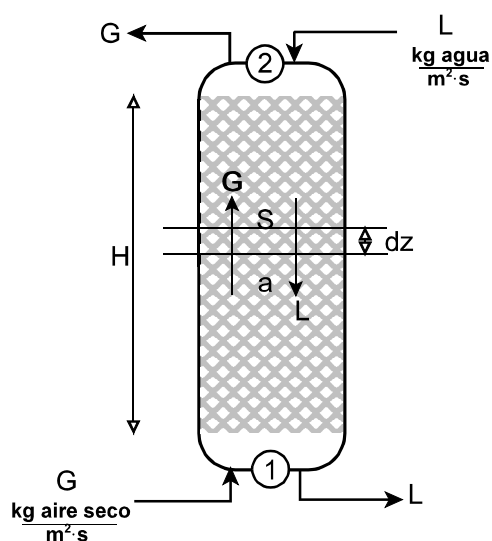


Figura VI.11: Esquema de una torre de interacción aire-agua.

Superficie diferencial de transporte:

$$dA = A dV = a S dz \quad [\text{VI.77}]$$

Calor perdido por el aire:

$$dq \left[\frac{\text{kJ}}{\text{s}} \right] = G \left[\frac{\text{kg aire seco}}{\text{m}^2 \text{ s}} \right] s \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg aire seco } ^\circ\text{C}} \right] S [\text{m}^2] dt [^\circ\text{C}] \quad [\text{VI.78}]$$

Calor ganado por el agua:

$$dq \left[\frac{\text{kJ}}{\text{s}} \right] = h_c \left[\frac{\text{kJ}}{\text{m}^2 \text{ s } ^\circ\text{C}} \right] S [\text{m}^2] (t_i - t) [^\circ\text{C}] a \left[\frac{\text{m}^2}{\text{m}^3} \right] dz (m) \quad [\text{VI.79}]$$

Por tanto:

$$G s dt = h_c (t_i - t) a dz \quad [\text{VI.80}]$$

o, lo que es lo mismo:

$$\frac{dt}{t_i - t} = \frac{h_c a}{G s} dz \quad [\text{VI.81}]$$

Cantidad de agua recibida por el aire:

$$dW \left[\frac{\text{kg agua}}{\text{s}} \right] = G \left[\frac{\text{kg aire seco}}{\text{m}^2 \text{ s}} \right] S \left[\text{m}^2 \right] dx \left[\frac{\text{kg agua}}{\text{kg aire seco}} \right] \quad [\text{VI.82}]$$

que proviene desde la interfase a una velocidad:

$$dW \left[\frac{\text{kg agua}}{\text{s}} \right] = M_{\text{agua}} \left[\frac{\text{kg agua}}{\text{kmol agua}} \right] k_G \left[\frac{\text{kmol agua}}{\text{atm m}^2 \text{ s}} \right] S \left[\text{m}^2 \right] (p_i - p) \left[\text{atm} \right] a \left[\frac{\text{m}^2}{\text{m}^3} \right] dz \left[\text{m} \right] \quad [\text{VI.83}]$$

Por tanto:

$$G dx = M_{\text{agua}} k_G (p_i - p) a dz \quad [\text{VI.84}]$$

Considerando de nuevo la relación aproximada entre la humedad y la presión:

$$x \approx \frac{M_{\text{agua}}}{M_{\text{aire}}} \frac{p}{\pi} \quad [\text{VI.85}]$$

podrá ponerse:

$$G dx = M_{\text{aire}} k_G \pi (x_i - x) a dz \quad [\text{VI.86}]$$

o, lo que es lo mismo:

$$\frac{dx}{x_i - x} = \frac{M_{\text{aire}} k_G \pi a}{G} dz \quad [\text{VI.87}]$$

Considerando conjuntamente los transportes de materia y energía puede llegarse a la ecuación análoga:

$$\frac{di}{i_i - i} = \frac{M_{\text{aire}} k_G \pi a}{G} dz \quad [\text{VI.88}]$$

Cálculo de una **torre de humidificación adiabática**: Según se tengan datos de temperatura o humedad se utilizan las ecuaciones [VI.81] o [VI.87]; como se trata de un sistema aire-agua, la temperatura de la interfase será t_w , con lo cual:

$$H = \frac{G s}{h_c a} \ln \frac{t_w - t_2}{t_w - t_1} \quad [\text{VI.89}]$$

o bien:

$$H = \frac{G}{M_{\text{aire}} k_G \pi a} \ln \frac{x_w - x_2}{x_w - x_1} \quad [\text{VI.90}]$$

Cálculo de una **torre de enfriamiento de agua**: Se utiliza la ecuación [VI.88], ya que no son constante las condiciones de interfase t_i y x_i a lo largo del aparato:

$$H = \frac{G}{M_{\text{aire}} k_G \pi a} \int_{i_1}^{i_2} \frac{di}{i^* - i} \quad [\text{VI.91}]$$

Para resolver la integral hay que disponer de un diagrama entalpía - temperatura.

VI.5 Filtración

Operación de separación de las partículas sólidas suspendidas en un fluido mediante una barrera porosa (placas perforadas, materiales flexibles o lechos granulares), que permite el paso del fluido pero retiene los sólidos, formando un lecho de espesor creciente.

Circulación de un fluido a través de un lecho poroso de espesor creciente y, por tanto, aumento de la resistencia al paso del fluido (régimen no estacionario):

- Si la presión permanece constante, el caudal disminuirá con el tiempo.
- Si se desea un caudal de filtrado constante, ha de aumentarse la presión con el tiempo.

Los principales factores de los que depende la velocidad de filtración son (**Figura VI.12**):

- Diferencia de presión.
- Superficie transversal.
- Resistencia de la torta.
- Resistencia del medio filtrante.

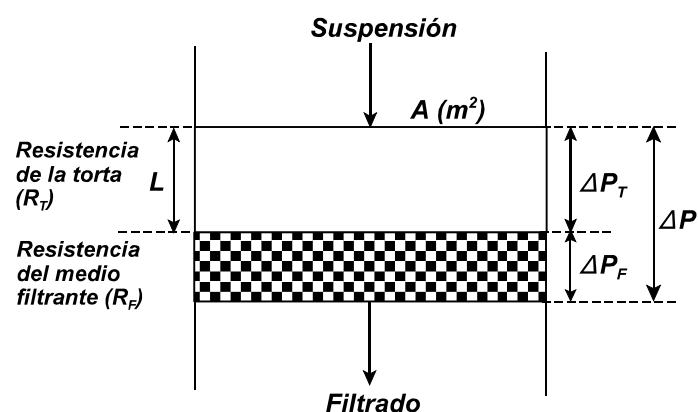


Figura VI.12: Factores de la filtración.

Al ser un lecho poroso de partículas pequeñas puede asumirse régimen laminar y aplicarse la ecuación de Carman-Kozeny:

$$\frac{-\Delta P_T}{L} = K \frac{\mu v_o (1 - \epsilon)^2}{d_p^2 \epsilon^3} \quad [\text{VI.92}]$$

La velocidad del fluido será la velocidad de filtración, variable con el tiempo:

$$v_o \left[\frac{m}{s} \right] = \frac{1}{A} \frac{dV}{dt} \quad [\text{VI.93}]$$

La altura del lecho será el espesor de la torta y puede relacionarse con el volumen de filtrado mediante un balance de materia.

Por un lado:

$$\begin{aligned} M_{\text{sólidos}} &= (\text{Volumen de sólidos}) \cdot (\text{Densidad de las partículas}) \\ &= [A L (1 - \epsilon)] \cdot (\rho_p) \end{aligned} \quad [\text{VI.94}]$$

y por otro lado:

$$\begin{aligned} M_{\text{sólidos}} &= (\text{Concentración de sólidos}) \\ &\cdot [(\text{Volumen filtrado}) + (\text{Volumen ocluido})] \\ &= (C_s) \cdot (V + \epsilon A L) \approx C_s V \end{aligned} \quad [\text{VI.95}]$$

Iguando ambas ecuaciones:

$$A L (1 - \epsilon) \rho_p = C_s V \quad [\text{VI.96}]$$

de donde:

$$L = \frac{C_s V}{\rho_p A (1 - \epsilon)} \quad [\text{VI.97}]$$

Sustituyendo las ecuaciones de v_o y L en la de Carman-Kozeny, se obtendrá:

$$\frac{1}{A} \frac{dV}{dt} = \frac{(-\Delta P_T)}{\frac{K(1-\epsilon)}{d_p^2 \epsilon^3 \rho_p} \cdot \frac{\mu C_s V}{A}} = \frac{(-\Delta P_T)}{\alpha \frac{\mu C_s V}{A}} \quad [\text{VI.98}]$$

donde se ha definido la denominada “resistencia específica de la torta” (si es constante al variar la presión la torta es “incompresible”):

$$\alpha \left[\frac{m}{kg} \right] = \frac{K(1-\epsilon)}{d_p^2 \epsilon^3 \rho_p} \quad [\text{VI.99}]$$

Si se tiene en cuenta el medio filtrante, considerándolo como resistencia en serie:

$$\frac{1}{A} \frac{dV}{dt} = \frac{(-\Delta P_F)}{\mu R_F} \quad [\text{VI.100}]$$

Se obtiene así la ecuación global:

$$\frac{1}{A} \frac{dV}{dt} = \frac{(-\Delta P_T)}{\alpha \frac{\mu C_s V}{A}} = \frac{(-\Delta P_F)}{\mu R_F} = \frac{(-\Delta P)}{\mu \left(\frac{\alpha C_s V}{A} + R_F \right)} \quad [\text{VI.101}]$$

Si la filtración es **a presión constante**, la integración de la ecuación [\[VI.101\]](#) conducirá a:

$$t = \frac{\alpha \mu C_s}{A^2 (-\Delta P)} \frac{V^2}{2} + \frac{\mu R_F}{A (-\Delta P)} V \quad [\text{VI.102}]$$

que permite obtener el tiempo necesario para filtrar un volumen **V**.

Si la filtración es **a caudal constante**, la velocidad también será constante:

$$v_o = \frac{1}{A} \frac{dV}{dt} = \frac{1}{A} \frac{V}{t} = \frac{Q}{A} \quad [\text{VI.103}]$$

por lo que la sustitución en la ecuación [\[VI.101\]](#) conducirá a:

$$(-\Delta P) = \frac{\mu \alpha C_s Q^2}{A^2} t + \frac{\mu R_F Q}{A} \quad [\text{VI.104}]$$

que permite obtener la caída de presión a través del filtro a medida que transcurre el tiempo.

VI.5.1 Ensayos de filtración de laboratorio

En las ecuaciones [VI.102] y [VI.104] aparecen los parámetros α y R_F , que es necesario conocer para poder proceder al cálculo; ello hace necesario realizar ensayos de laboratorio, generalmente a presión constante, con un filtro de superficie conocida para medir los volúmenes de filtrado a diferentes tiempos.

Si la ecuación [VI.102] se divide por V :

$$\frac{t}{V} = \left[\frac{\alpha \mu C_s}{2 A^2 (-\Delta P)} \right] V + \frac{\mu R_F}{A (-\Delta P)} \quad \text{[VI.105]}$$

Representando el primer miembro frente a los volúmenes recogidos se tendrá una recta, de cuya pendiente se obtiene la resistencia específica de la torta, α , y de cuya ordenada en el origen se obtiene la resistencia del medio filtrante, R_F .

Si se hacen ensayos a caudal constante, utilizando la ecuación [VI.104], pueden obtenerse los mismos parámetros midiendo la caída de presión a través del filtro a lo largo del tiempo.