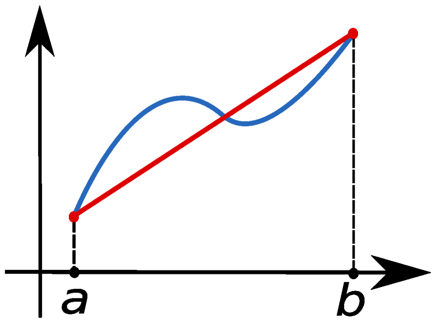
Regla del trapecio

En matemática la **regla del trapecio** es un método de integración numérica, es decir, un método para calcular aproximadamente el valor de la integral definida



La función *f*(*x*) (en azul) es aproximada por la función lineal (en rojo).

$$\int_a^b f(x)\,dx.$$

La regla se basa en aproximar el valor de la integral de *f*(*x*) por el de la función lineal que pasa a través de los puntos (*a*, *f*(*a*)) y (*b*, *f*(*b*)). La integral de ésta es igual al área del trapecio bajo la gráfica de la función lineal. Se sigue que

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx (b-a)\frac{f(a)+f(b)}{2}.$$

Y el error es:

$$-\frac{(b-a)^3}{12}\,f^{(2)}(\xi)$$

Siendo ξ un número entre *a* y *b*.

Regla del trapecio compuesta

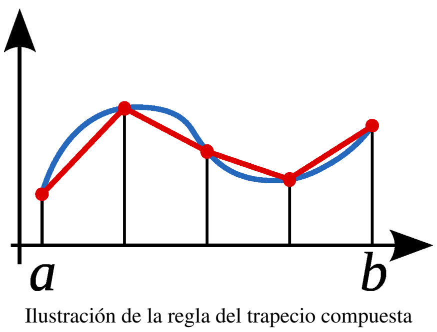


Ilustración de la regla del trapecio compuesta

La **regla del trapecio compuesta** o **regla de los trapecios** es una forma de aproximar una integral definida utilizando *n* trapecios. En la formulación de este método se supone que *f* es continua y positiva en el intervalo [a,b]. De tal modo la integral definida $\int_a^b f(x)\,dx$ representa el área de la región delimitada por la gráfica de *f* y el eje *x*, desde *x*=*a* hasta *x*=*b*. Primero se divide el intervalo [a,b] en *n* subintervalos, cada uno de ancho $\Delta x = (b-a)/n$.

Después de realizar todo el poceso matemático se llega a la siguiente fórmula:

$$\int_a^b f(x)\,dx \sim \frac{h}{2}[f(a)+2f(a+h)+2f(a+2h)+...+f(b)]$$

Donde $h = \frac{b-a}{n}$ y *n* es el número de divisiones.

La expresión anterior también se puede escribir como:

$$\int_a^b f(x)dx \sim \frac{b-a}{n}\left(\frac{f(a)+f(b)}{2}+\sum_{k=1}^{n-1} f\left(a+k\frac{b-a}{n}\right)\right)$$

Ejemplo

$\int_1^2 3x\,dx$ Primero obtenemos la *h*, y se obtiene de los limites de la integral que representan *a* y *b* y nos queda: $h = \frac{b-a}{n} = \frac{2-1}{6} = 0.16667$.

Y ahora sustituimos en la formula $\int_a^b f(x)\,dx = \frac{h}{2}[f(a)+2f(a+h)+2f(a+2h)+\ldots+f(b)]$

y nos queda:

$\int_1^2 3x\,dx =$

$$\frac{.16667}{2}[3(1)+2[3(1+.16667)]+2[3(1+2*.16667)]+2[3(1+3*.16667)]+2[3(1+4*.16667)]+2[3(1+5*.16667)]+3(2)] = 4.5$$

Implementación

%Regla del trapecio compuesta %Se define la función f = @(x) cos(x).^2 + x; %Se definen los limites de la integral a = 0; b = 3; %Se define el número de intervalos nint = 500 ; int = zeros(1,nint,'single'); for n = 2:nint h=(b-a)/n; int(n) = (f(a)+f(b))/2; for k = 1:n-1 x=a+(k*h); int(n)=int(n)+f(x); end int(n)=h*int(n); end int(end)

Referencias

- Hostetler Edwards, Larson: *Calculo I* (Octava edición)

Fuentes y contribuyentes del artículo

Regla del trapecio *Fuente*: http://es.wikipedia.org/w/index.php?oldid=46251673 *Contribuyentes*: Jsilva108, Juan Mayordomo, Obelix83, Poco a poco

Fuentes de imagen, Licencias y contribuyentes

Image:trapezoidal rule illustration.png *Fuente*: http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Archivo:Trapezoidal_rule_illustration.png *Licencia*: Public Domain *Contribuyentes*: Darapti, DieBuche, Docu, Maksim, Oleg Alexandrov

Image:Trapezoidal rule illustration small.svg *Fuente*: http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Archivo:Trapezoidal_rule_illustration_small.svg *Licencia*: desconocido *Contribuyentes*: User:Jfer91, User:Pbroks13

Licencia